



**Universidad  
Piloto de Colombia**

**FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN COBB- DOUGLAS APLICADA  
AL PRODUCTO INTERNO BRUTO COLOMBIANO.**

**TESIS  
PARA OBTENER EL TITULO DE ECONOMISTA.**

**PRESENTADO POR:**

**ANDRES ALBERTO BODDEN DAVILA  
EDWIN ALEXANDER ORJUELA VALDERRAMA**

**UNIVERSIDAD PILOTO DE COLOMBIA  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS Y EMPRESARIALES  
PROGRAMA DE ECONOMIA  
BOGOTA D.C  
31 DE JULIO DE 2018**

---

Nota de Aceptación

---

Jurado 1.

---

Jurado 2.

---

Docente Orientador.

## **Dedicatoria**

*Este trabajo se lo queremos dedicar en primer lugar a Dios ya que si el no estuviese presente en nuestras vida no hubiese sido posible culminar con nuestro proceso académico. En segundo lugar a nuestras familias por el apoyo que nos han brindado desde siempre ya que sin su cariño, amor y comprensión no seríamos las personas que están a punto de graduarse. También lo dedicamos a todas las personas que intervinieron en este proyecto ya que sin su ayuda y asesoría no hubiese sido posible su culminación. Por último se lo dedicamos a nuestra Alma Mater la Universidad Piloto de Colombia por proporcionarnos las bases académicas necesarias para alcanzar nuestro sueño, el ser Economistas.*

## **Agradecimientos.**

Fueron muchas las personas que intervinieron en la creación de este trabajo de grado, gracias a estas nos fue posible culminar con tan anhelado proceso. Todas aquellas, fuera de tiempo y paciencia nos compartieron conocimientos y más que eso una linda amistad. Le agradecemos a Dios por darnos la fuerza necesaria en los momentos que más los necesitamos, por bendecirnos y por darnos la oportunidad de caminar a su lado toda la vida.

Gracias al personal de docente del Programa de Economía de la Universidad Piloto de Colombia por que nos impartieron los conocimientos necesarios para culminar con esta labor. Agradecemos en especial a los docentes: Edwin Leonardo Méndez Ortiz, María Inés Barbosa Camargo y Astrid Caro Ramírez que fueron nuestra guía y soporte a lo largo del camino. Para ellos un agradecimiento más que especial por que más que sus conocimientos nos llevamos su amistad. Por último agradecemos a nuestras familias y amigos, gracias por esos consejos brindados en el momento justo y por el cariño incondicional que nos proporcionaron para terminar satisfactoriamente nuestro Pregrado.

## INDICE

I. RESUMEN.....	5
II ABSTRAC.....	6
III PALABRAS CLAVES .....	6
IV CODIGOS JEL .....	6
<b>1. CAPITULO I. ASPECTOS PRELIMINARES .....</b>	<b>7</b>
1.1 INTRODUCCIÓN .....	7
1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	8
1.3 JUSTIFICACIÓN .....	9
1.4 OBJETIVOS .....	11
1.4.1 OBJETIVO GENERAL.....	11
1.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	11
<b>2.CAPITULO II. MARCO TEORICO .....</b>	<b>12</b>
2.1 CONTEXTO HISTORICO “ ANTECEDENTES”: .....	12
2.2 MARCO CONCEPTUAL Y CONSTITUCIÓN DE LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN COBB DOUGLAS .....	21
<b>3. CAPITULO III. APLICACIÓN METODOLOGICA.....</b>	<b>26</b>
3.1 FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN COBB DOUGLAS APLICADA A LA ECONOMÍA COLOMBIANA.....	26
3.2 CARACTERIZACION DE LAS VARIABLES.....	28
3.2.1 VARIABLE DEPENDIENTE (Y).....	28
3.2.2 VARIABLES INDEPENDIENTES (X).....	28
3.3 GRAFICAS DE LAS VARIABLES. ....	29
3.3.1 GRAFICAS DE LAS VARIABLES EN LOGARITMO NATURAL. ....	35
<b>4. CAPITULO IV. APLICABILIDAD ANALISIS Y VIABILIDAD.....</b>	<b>37</b>
4.1 REGRESIÓN DEL MODELO PLANTEADO. ....	37
4.2 PRUEBAS DE CAMBIO ESTRUCTURAL.....	38
4.2.1TEST DE CHOW .....	38
4.2.2 TEST DE CUSUM .....	38
4.3 PRUEBA DE MULTICOLINEALIDAD. ....	40
4.4 PRUEBA DE HETEROCEDASTICIDAD .....	41
4.4.1TEST DE BREUSCH- PAGAN- GODFREY.....	41
4.4.2 TEST DE WHITE.....	41
4.5 PRUEBAS DE AUTOCORELACION.....	43
4.5.1ANÁLISIS DE LA DURBIN- WATSON.....	43
4.5.2 TEST DE AUTOCORELACION DE BREUSCH- GODFREY .....	43

4.6 TEST DE RAICES UNITARIAS .....	44
4.6.1 TEST DE RAICES UNITARIAS -SERIE LN Y.....	46
4.6.2 TEST DE RAICES UNITARIAS -SERIE LN K.....	46
4.6.3 TEST DE RAICES UNITARIAS -SERIE LN L.....	46
4.7 PRUEBA DE NORMALIDAD. ....	48
4.8 PRUEBA DE SIGNIFICANCIA CONJUNTA- TEST F.....	49
<b>5. CAPITULO V CONCLUSIONES Y ANEXOS FINALES.....</b>	<b>51</b>
5.1 CONCLUSIONES .....	51
5.2 BIBLIOGRAFIA .....	54
5.3 ANEXOS .....	57
5.3.1 SIGLAS Y ABREVIATURAS. ....	57
5.3.2 GLOSARIO .....	57
5.4. DATOS DEL MODELO .....	60

## **I. RESUMEN**

En el presente documento se aborda la aplicación de la Función de Producción Cobb Douglas en el Producto Interno Bruto (PIB) de Colombia. Se parte del estudio de las principales teorías económicas y los distintos métodos para evaluar su eficiencia por medio de la inclusión de los factores de producción.

Con lo mencionado se analiza la estructura de la Función Cobb Douglas para identificar las características principales de su funcionamiento económico. Se aborda la literatura económica pertinente para establecer un contexto histórico que permita evidenciar la evolución de la Función.

En su aplicación se utiliza el análisis econométrico para modelar la participación de los bienes y servicios finales de la economía Colombiana respecto a los factores de producción Capital (K) representado en la Formación Bruta de Capital (FBK) y Trabajo (L) constituido por la Población Económicamente Activa (PEA). Se concluye

así que ante un aumento porcentual en la participación de las variables K y L se genera una influencia directa sobre el PIB.

## **II ABSTRAC**

This paper addresses the application of the Cobb Douglas Production Function in Colombia's Gross Domestic Product (GDP). It is based on the study of the main economic theories and the different methods to evaluate their efficiency by means of the inclusion of production factors.

With the aforementioned, the structure of the Cobb Douglas Function is analyzed to identify the main characteristics of its economic functioning. The pertinent economic literature is addressed to establish a historical context that allows to demonstrate the evolution of the Function.

In its application, econometric analysis is used to model the participation of the final goods and services of the Colombian economy with respect to the production factors Capital (K) represented in the Gross Formation of Capital (FBK) and Labor (L) constituted by the Economically Active Population (EAP). It is concluded that before a percentage increase in the participation of the variables K and L a direct influence on GDP is generated.

## **III PALABRAS CLAVES:**

Función de Producción Cobb Douglas, Formación Bruta de Capital, Población Económicamente Activa, Rendimientos a Escala, Crecimiento Económico.

## **IV CÓDIGOS DE CLASIFICACIÓN JEL**

B23, C4, C9, C16, E43, F1, F43, I30, L23, O47, Y10, Y40

## **1. CAPITULO I. ASPECTOS PRELIMINARES**

### **1.1 INTRODUCCIÓN**

El presente documento pretende resaltar los principales factores de producción de la actividad económica colombiana los cuales ocasionan las posibles fluctuaciones del mercado de bienes y servicios a lo largo de las líneas productivas de la economía local. Además pretende analizar y evaluar la temporalidad en el muy largo plazo de la participación del Capital y del Trabajo en el Producto Interno Bruto (PIB) Colombiano, para así demostrar la influencia en el crecimiento económico de los mismos en los últimos treinta años.

Esta exploración tiene como objetivo relacionar la Formación Bruta de Capital (FBK) y la Población Económicamente Activa (PEA) en la producción final de bienes y servicios de origen nacional. Esto para evaluar la contribución que realizan los factores de producción y su funcionamiento de origen dinámico en la economía. Relacionando los determinantes concernientes a los niveles óptimos de infraestructura y capital humano a nivel nacional.

Del mismo modo “La irrupción de la Función de Producción en el ámbito de la teoría económica obedecía a un objetivo preciso; el cual radica en la contribución desde el punto de vista marginalista a la explicación de la distribución de la renta” (Redondo, 2011, p. 10). Lo anterior se constata en lo mencionado por Douglas (1976) citado por Redondo (2011) en donde. “la validación econométrica de la función constituía una refutación de la teoría marxista. Tratando de aportar una explicación pretendidamente tecnológica, y por tanto incuestionable hacia la formación de los salarios y la tasa de beneficios” (p.10)

No obstante al analizar la función de producción, se lograra conocer que las variables endógenas capital y el trabajo pueden evidenciar las características comunes de las economías. De igual forma se establece que los parámetros determinados en cada caso por los datos estadísticos son significativos y demuestran que ante un aumento proporcional en la participación de la renta nacional en el caso colombiano, se debe a la relación directa de dichos factores como a su vez a la simetría de la renta que obtiene el capital y el trabajo como representación del ejercicio económico.

A partir de lo anterior se estructurará una abstracción de las teorías económicas como objetivo de estudio, observando la relación de los temas microeconómicos, macroeconómicos y econométricos con la realidad mediante supuestos y modelos matemáticos. Así mismo se planteará una serie de supuestos en donde se especifica que es lo que se pretende lograr en la integración de estas variables.

## **1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

Debido a la importancia de la función de producción Cobb Douglas y a la implicación significativa fundamentada principalmente en los factores de producción capital y el trabajo se establece la aplicación de la función de producción en Colombia, con el fin conocer la participación de K y L en el total de la producción nacional.

El problema que se aborda es la identificación de la situación y contextualización actual de la relación de estos factores en la producción nacional, que por medio de las bases estadísticas permitan conocer el comportamiento del sector de las variables de estudio y así estar en posibilidad de identificar con mayor objetividad las fortalezas y debilidades de la participación de un mayor porcentaje de un determinado factor.

Dicho esto es fundamental conocer la combinación plena de estos factores para que por medio de la tecnología establecida se genere una combinación precisa de los



mismos. Ya que el crecimiento del PIB es de vital importancia para economía nacional y su competitividad frente al mundo. Para lo anterior se analizara la formación y evolución de las variables en mención desde el año 1986 hasta el año 2015, estableciendo una periodicidad de estudio de 30 años.

Por tanto la finalidad esencial de este trabajo es constituir por medio de un modelo econométrico, cual factor de producción es más significativo por medio de su participación en la producción nacional. Permitiendo así generar posibles aportes de hacia dónde se debe potencializar los recursos de la nación, estableciendo supuestos que radican en la generación de empleo que maximice el factor trabajo o partiendo de una mejor instauración del contexto económico para garantizar la proliferación la formación bruta de capital.

### **1.3 JUSTIFICACIÓN**

La función Cobb Douglas sin duda alguna se enfoca en analizar cómo se relacionan los factores productivos con la producción, por ende y a lo largo de los años los agentes económicos han tenido en cuenta este modelo con el fin de evaluar los rendimientos aparentes a los que se están enfrentando al momento de establecer su productividad.

A los individuos presentes en la actividad económica le es de suma importancia encontrar la secuencia óptima de cruce entre estos factores; es decir cómo combinarlos con el fin de garantizar un rendimiento adecuado para una determinada actividad económica. Con la combinación perfecta es de esperarse que los individuos puedan tomar parte de la administración y gestión de la producción de su ejercicio.

De igual forma las empresas destinan, o deben destinar, una parte de sus recursos a mejorar sus tecnologías, haciéndolas más eficientes, esto traduce la idea de que con los

mismo recursos se puedan obtener más cantidad de producto por tanto lo que busca el siguiente trabajo es determinar la significancia que tienen los factores productivos en la dimensión de su participación en la función de producción Cobb Douglas.

Así pues es importante analizar las conductas de crecimiento mediante un aumento preciso de los factores productivos. En otras palabras se busca determinar que es mejor si un aumento en la FBK estableciendo el ambiente propicio para garantizar una inversión destinada a una actividad económica, o por su parte es mejor invertir en el capital humano con el fin de que este genere un aumento más considerable en la producción mediante la explotación de los medios existentes.

Bajo esta idea conocer cual factor es más significativo es crucial para los intereses individuales y comunes. Por ende al momento en que se desee aumentar la producción se conocería cual es el factor determinante en la actividad, enfocando los esfuerzos, ingresos o demás a dicho factor que pueda generar un aumento significativo en la producción.

## **1.4 OBJETIVOS**

### **1.4.1 OBJETIVO GENERAL**

Estimar la función de producción Cobb Douglas en la economía Colombiana estableciendo su aplicabilidad al PIB en relación al trabajo y al capital por medio de sus proporciones de acuerdo a los datos y temporalidad.

### **1.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Validar los resultados econométricos establecidos bajo la metodología de los mínimos cuadrados ordinarios desde el punto de vista teórico y estadístico.
- Comprobar si los parámetros del modelo presentan un comportamiento directo entre la variable dependiente y las variables independientes.
- Analizar y observar la relevancia de los datos para estimar la relación de los rendimientos marginales a escala
- Revisar el horizonte temporal de los periodos de acuerdo a los datos estadísticos con el fin de determinar si las variables explicativas en su relación con el crecimiento económico se comportan de manera creciente o decreciente.
- Comprender el nivel de importancia de las variables estimadas en el modelo así como la relación con la función de producción Cobb Douglas, demostrando el comportamiento del proceso económico de acuerdo a las decisiones que toman los agentes económicos.
- Validar si los fundamentos teóricos de la función de producción Cobb Douglas se cumplen o no en la economía nacional.

## 2. CAPITULO II. MARCO TEORICO

### 2.1 CONTEXTO HISTORICO “ ANTECEDENTES”

Desde la perspectiva económica de varios autores se observa que la función de producción Cobb- Douglas se referencia a finales del siglo XIX y a principios del siglo XX, en este periodo de tiempo fue publicado el estudio realizado por Charles Cobb y Paul Douglas sobre el modelo de crecimiento económico Estadounidense. (Diaz Ossa & Giral Ramirez, 2011). No obstante según Diaz Ossa & Giral Ramirez, (2011):

A través de la historia la fluidez de las ideas económicas han partido de la búsqueda de organizar los diferentes factores que influyen en el crecimiento de una nación. Los modelos e ideas económicos planteados han constituido un proceso en constante cambio que se ha caracterizado por la intervención de múltiples personajes. (p.1)

La historia de la función de producción va atada al modelo de crecimiento económico. Los economistas clásicos como Adam Smith, David Ricardo o Thomas Malthus estudiaron el tema e introdujeron conceptos fundamentales como el de rendimientos a escala y su relación con la acumulación del capital físico humano, así mismo los clásicos de principio de siglo XX como Frank Ramsey, allwyn Young, Frank Knight o Jhiseoh Shumpeter, contribuyeron de manera fundamental al conocimiento de los determinantes de la tasa de crecimiento y progreso tecnológico. (Sala-i-Martin, 1994)

La función de producción es sin lugar a dudas uno de los conceptos más relevantes en la formación de los economistas y algunos autores consideran que se trata del talón de Aquiles de la economía neoclásica ya que este tema teórico genera una amplia divergencia de opiniones académicas.

De acuerdo con lo anterior al definir el concepto de función de producción según Samuelson, (1964), la teoría de la producción se desprende de la curva de los costes totales de la empresa ya que el coste total refleja el total de gastos que se ha de realizar para obtener diversas cantidades de producto, así mismo demuestra que los costes de la producción se dividen en dos, el primero es donde los precios de los factores con los que se lleva a cabo la producción y el segundo es la técnica con lo que los factores, servicios del trabajo, materias primas y servicios del capital se transformados en producto, a partir de la anterior relación técnica se le llama función de producción.

Bajo lo expuesto por Salvatore , (2000)

La función de producción para cualquier artículo es una ecuación, tabla o grafica que indica la cantidad máxima de dicho artículo que puede producirse por unidad de tiempo para cada conjunto de insumos alternos, cuando se utilizan las mejores de producción disponibles (p.209).

Desde el punto de vista de Bellod Redondo, (2011): La introducción de la teoría de la función de producción en el campo de la microeconomía supuso todo una revolución dentro del escenario económico en cuanto a la distribución y producción, ya que en trabajos posteriores permitieron generalizar diferentes modelos como la Función Cobb – Douglas [Cobb y Douglas (1928), Douglas (1948)], la Función de Leontief [Cassel (1918), leontief (1941)], la función de elasticidad de sustitución constante [Arrow et (1961)].

Bajo la perspectiva de McCombie & Tablado, (2005) se afirma que:

i) Los coeficientes estimados se aproximan a las proporciones de los factores en el producto, sobre todo en el caso de la Función Cobb- Douglas. Esto se ha interpretado en la literatura neoclásica como la validación empírica de la teoría neoclásica de la distribución (Douglas, 1979); ii) la productividad marginal explica bien el salario; iii) el ajuste estadístico tiende a ser alto. (p.58)

Por otro lado la función de producción se encuentra explicada en varios campos de la economía ya que se puede aplicar a nivel microeconómico y macroeconómico, en cuanto a la función de producción Cobb-Douglas es utilizada de forma más amplia en trabajos empíricos. (Salvatore , 2000, p.212).

Desde principios del siglo XX la teoría económica está ligada a las matemáticas con los cuales se pueden analizar los problemas económicos, como se había mencionado antes el modelo insumo-producto de Leontief (1936), como lo cita Lozano & Moreno, (2018): es un modelo de equilibrio general con hipótesis fuertes. Estas hipótesis incluían las siguientes características: primero todos los sectores producían solo un bien, segundo cada industria utilizaba una función de producción con rendimientos constantes a escala y coeficientes fijos de producción y por último existía una demanda de bienes finales dada exógenamente, así mismo este modelo explicaba el comportamiento y análisis de la economía.

Por lo tanto otros modelos establecidos dentro del marco temporal desde 1918 a 1961 periodo donde se expone las ideas neoclásicas de la teoría económica. De igual forma y tal como lo indica Bellod Redondo, (2011):

La irrupción de la Función de Producción en el ámbito de la teoría económica obedecía a un objetivo preciso: contribuir desde el marginalismo, es decir

adquiere su fundamentación al explicar la distribución de la renta entre salarios y beneficios dejando a un lado la dialéctica de lucha de clases que subyacía en la teoría del valor trabajo. El propio profesor Douglas (1976) manifestó que la validación econométrica de la famosa función que lleva su nombre constituía una refutación de la teoría marxista. (p. 10)

Sin embargo, desde la perspectiva de Flux (1894) citado por Bellod Redondo, (2011) como era de esperarse el conflicto académico acerca de su pertinencia no tardó en aparecer. Ya en 1894 Flux especialista económico de la época realiza una crítica demoledora relativa a las restrictivas condiciones, para que la función de producción pudiese ofrecer una explicación coherente de los precios y de los factores productivos este afirma que: Sólo la homogeneidad lineal de la función permite que los factores productivos sean retribuidos según su productividad marginal. (p. 10)

De la misma manera como aparte de la crítica que le hace Hobson (1909) citado por Bellod Redondo (2011); el irrealismo de la productividad marginal afirmando que una cosa es poder calcular la primera derivada de una función respecto a un factor y otra distinta es que en el mundo real pueda aumentarse el empleo de un factor sin aumentar simultáneamente el uso del otro. “Por tanto la productividad adicional no puede imputarse únicamente al factor cuyo uso adicional se ha incrementado deliberadamente” (Bellod Redondo, 2011, p. 10).

A partir de los años 50 y después de todas las oleadas de críticas e injurias infundadas, basado en argumentos existentes mucho antes de lo planteado por Charles Cobb y Paul Douglas, la función de producción que tan solo intentaba explicar la

connotación de los factores productivos en ella se asienta en dos críticas de largo alcance.

De una parte, las de quienes sostenían la imposibilidad de medir el capital, como la famosa Controversia de Cambridge que consiste en un debate sobre la naturaleza y medición del capital, de otra quienes sostienen la imposibilidad de agregar las funciones de producción individuales para lograr una función agregada representativa para satisfacer cada vez las necesidades de la sociedad como lo es el empleo y una inflación estable, la divergencia entre las posiciones de los diferentes autores como Felipe y Fisher. (Bellod Redondo, 2011) Desde la perspectiva de Sraffa (1960) citado por McCombie & Tablado, (2005) afirma:

Los bienes de capital tales como la maquinaria y equipo son, por supuesto, heterogéneos y cualquier intento de referencia al capital, a un nivel agregado como un factor de producción, debe de llevar consigo un procedimiento o modelo de agregación. Al mismo tiempo, el modelo neoclásico invoca a menudo el resultado de que la productividad marginal del capital determina la tasa de retorno del capital es decir la tasa de beneficio (p. 52).

Sraffa (1960) cuestiono esta tesis y conclusiones y demostró que, en general, el capital no puede ser definido como un factor de producción independientemente de la tasa de beneficio, y puso en duda la productividad marginal del capital fuera la que determinara la tasa de beneficio.

No obstante la función de producción es utilizada como fórmula del crecimiento económico plasmada por autores como Hall & Taylor, (1992) donde afirma que:

La economía crece la mayoría de los años en relación con el año anterior debido a que aumenta la población activa, suele incrementarse el stock de capital y



mejora la productividad. El proceso de producción se puede estudiar mediante la función de producción. Dado que se interesa por los cambios de un año a otro, necesitamos seguir la evolución de las variables consideradas. Para ello se analiza un subíndice en cada una de ellas que indica el año, así mismo se hace el análisis para mostrar el papel de la productividad.(p. 112)

Según Minski, (1980) y retomando el fundamento del debate de Cambridge sobre la teoría del capital y la validación de la integración de la teoría neoclásica con la Keynesiana. El problema crítico se centró en la fijación de los precios de los activos del capital, de esta manera una economía se caracteriza por dos sistemas de precios. Uno de ellos es el sistema de precios del producto actual, el segundo es el precio de los activos de capital del sistema. El sistema de precios de la producción depende en gran medida los salarios y los beneficios, mientras que el sistema de precios de los bienes de capital depende de las estimaciones en el presente de los beneficios esperados o futuros en donde estimaciones de los niveles de incertidumbre involucra posibles desarrollos, la capitalización actual y las tasas de los flujos de los beneficios. Por consiguiente (Minski, 1980) afirma;

En una economía con los sistemas monetarios, bancarios y financieros que caracteriza a las economías capitalistas, la capitalización es un fenómeno monetario y los dos sistemas de precios pueden y varían de forma relativa entre sí. Los valores capitalizados de las ganancias esperadas y el precio de la oferta del producto de la inversión es un determinante de la demanda de inversión, la demanda agregada es sensible a la relación entre estos dos conjuntos de precios ( p. 119).

Según Sala-i-Martin, (1994) y bajo la misma idea de como considerar a el capital al momento de garantizar el crecimiento economico, se afirma que:

El supuesto neoclásico de rendimientos decreciente de cada uno de los factores tenia, como consecuencia casi devastadora, el hecho de que el crecimiento a largo plazo debido a la acumulación de capital era insostenible, es por ello que los investigadores neoclásicos se vieron a introducir el crecimiento tecnológico exógeno, motor ultimo del crecimiento a largo plazo. A partir del momento la teoría del crecimiento se convirtió en un mundo matemático de alta complejidad y reducida relevancia (p. 5)

En relación a la crítica hacia las teoría neoclásica sobre la función de producción se evidencia que a nivel histórico hay un inconformismo de varios economistas con la enseñanza en la academia, desde este punto de vista se resalta la contribución de Joan Robinson citado por Páez Méndez, (2013) donde plasma su pensamiento económico donde critica la teoría del productor donde se afirma:

La función de producción ha constituido un poderoso instrumento para una educación errónea. Al estudiante de teoría económica se le enseña a escribir " $X = f(L, K)$ " siendo " $X$ " una cantidad de trabajo, " $K$ " una cantidad de capital y " $x$ " una tasa *output* de mercancías. Se le alecciona a suponer que todos los trabajadores son iguales y a medir " $L$ " en hombres-hora de trabajo; se le menciona la existencia de un problema de números índices en cuanto a la elección de una unidad output; y luego se le apremia a pesar al problema siguiente con la esperanza de que se le olvidara preguntar en que unidades se mide " $K$ ". Antes de llegar a preguntárselo, ya será profesor y de este modo se va

transmitiendo de generación en generación unos hábitos de pensamiento rigurosos. (p. 12)

Desde el análisis que hace Bellod Redondo, (2011) en los años 60 la función de producción Cobb-Douglas queda relegada al campo académico como una herramienta al servicio del aprendizaje de los economistas todo esto para modelos teóricos

En contradicción a las ideas de los opositores y críticos de la función de producción a mediados del siglo XX aparece el modelo de Solow y Swan en el año de 1956 convierten en variable endógena a la relación del capital-producto. De este modo, el modelo identifica una condición de equilibrio (el estado estacionario) a la que cabe acceder y que es, además, estable. Esa condición de equilibrio queda determinada por parámetros (variables exógenas) como lo es la propensión a ahorrar, la tasa de crecimiento de la población o la tasa de progreso técnico. (Alonso, 2009)

En consecuencia se publica el modelo de Romer en el año 1986 con las externalidades del capital. Desde el análisis de Garza & Pugliese, (2009) se afirma:

Este modelo está basado en el impacto externo que tiene la inversión en capital físico de una empresa ( $\Delta K$ ) sobre el desempeño de la producción de las demás empresas de la economía. Ese impacto externo se conoce como externalidades de capital el cual se representa agregando un factor  $K^n$  a la función de producción neoclásica.  $f(k^n, L)$  el término  $K^n$  representa la externalidad y el exponente  $n$  es el número de empresas que existen en la economía. (p.13)

Postulados que defiende Mc Cambie (2005) Simpatizante de los argumentos anteriores que en particular señala que cualquier matriz de datos que incluya Producción, Capital y Trabajo permite una buena estimación de una función Cobb –

Douglas siempre que se cumplan dos condiciones: que las participaciones de los factores en la renta sean constantes, y que los precios de los factores crezcan a una tasas de igual proporción (p.15)

En consecuencia para Mankiw, (2006) la teoría neoclásica de la distribución donde la demanda de cada factor de producción depende de la productividad marginal de ese factor, es aceptada por los economistas en este periodo de tiempo y se considera como punto de partida para comprender como se distribuye la renta de la economía de las empresas a los hogares.

Como se había expresado antes “la resurrección metodológica impulsada por diferentes autores ya antes mencionados sostiene la teoría neoclásica del crecimiento y hace caso omiso a las innumerables objeciones de que ha sido objeto el manejo de la función de producción en general” (Bellod Redondo, 2011, p. 12)

No obstante bajo el análisis teórico de los antecedentes históricos, se puede analizar las estimaciones econométricas razonables del modelo de la función de producción Cobb Douglas en el caso Colombiano y revisar si es viable o no de acuerdo con los resultados que arroje este trabajo, Si para el caso Colombiano es posible que funcione, cabe plantearse si se trata de una verdadera función de producción. Si no fuese así se evidenciaría lo dicho por varios autores que están en contra de la utilización de la teoría neoclásica para las investigaciones con el modelo de producción bajo estos supuestos, por contrario se aceptaría la defensa de varios de los postulados de autores que defienden este concepto como base de las teorías del desarrollo.

El motivo para asumir la función de producción de manera directa es la forma de explicar la distribución de la producción nacional en el caso Colombiano. Como ya se había mencionado antes se induce o no rechazar o aceptar las hipótesis de los

antecedentes históricos de esta manera se parte de la acotación de los datos agrupados por parte de los índices económicos los cuales representan los factores de producción nacional: formación bruta de capital FBK y la población económicamente activa PEA en su incidencia en el crecimiento económico PIB.

Bajo lo dicho anteriormente en la función Cobb-Douglas se observa que hay una relación entre las variables del modelo y ayuda a entender determinados problemas como los expuestos anteriormente, ya que tanto el trabajo y el capital contribuyen al producto total con una distribución hacia la renta de una manera justa dentro de la relación de precios y costos del factor según la teoría neoclásica.

## **2.2 MARCO CONCEPTUAL Y CONSTITUCIÓN DE LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN COBB DOUGLAS**

El tema central de la ciencia económica es la producción de bienes y servicios. La actividad de producción se efectúa a través de unidades productivas que se representan de manera diferente en cada sociedad. Debido al desarrollo y al standard de vida alcanzado por las comunidades a lo largo del globo existe un sin fin de bienes y servicios en pro de la sociedad cuya finalidad principal es saciar los patrones de consumo de los individuos, cada uno de estos ha sido elaborado o producido combinando distintas cantidades de factores de producción.

Por consiguiente se mezclan dos factores preponderantes y vitalmente esenciales para el desarrollo de cualquier sector económico, donde se evidencia en primer lugar el trabajo definido como todas las capacidades humanas, físicas y mentales que poseen los trabajadores y que son necesarias para la producción de bienes y servicios y en segundo lugar el factor del capital que se refiere a todos aquellos bienes o artículos elaborados en los cuales se han hecho una inversión y contribuye en la producción, por

ejemplo maquinas, equipos, fabricas, bodegas, herramienta, transporte y otros todos estos se utilizan para producir bienes y servicios. (Banco de la Republica , 1995)

Como lo evidencia Samuelson, (1964) el capital es una palabra de demasiados significados y especifica que por capital no solo se hace referencia al dinero, sino recursos productivos de fabricación humana. También significa equipo duradero de producción de otra manera se identifica como stocks de bienes semideterminados los cuales están en camino de convertirse en bienes de consumo.

Bajo lo expuesto por Sala-i-Martin, (1994) es importante resaltar una diferencia fundamental que distingue los bienes de capital y trabajo, el cual es el conocimiento o tecnología. Los primeros son bienes rivales, mientras que la tecnología no es rival, el concepto de rivalidades muy importante. “Se dice que un bien es rival si no puede ser utilizado por más de un usuario a la vez. Si un bien puede ser utilizado por mucha gente al mismo tiempo se dice que no es rival” (Sala-i-Martin, 1994, p. 14).

Dicho esto la teoría económica de la producción, se ocupa precisamente de este tema particular y su objetivo es proporcionar la información necesaria para que los agentes a nivel micro y macro organicen de manera eficiente su proceso de producción, utilizando de manera acorde, los factores productivos limitados que les permitan maximizar las ganancias o beneficios del desempeño económico.

La conclusión dada por el matemático Charles Cobb y Paul Douglas Economista concluyeron que la función de producción describía de una manera buena la relación entre producción, capital físico y el trabajo de Estados Unidos desde 1899 hasta 1922. De acuerdo a Mankiw, (2006): “Douglas pregunto a Charles Cobb, matemático, si existía una función de producción que produjera participaciones constantes de los

factores si estos siempre ganaban su producto marginal” (p.107). La función necesitaría tener la siguiente propiedad:

$$\text{Renta del capital} = PMK \times K = \alpha Y \quad (1)$$

$$\text{Renta del trabajo} = PML \times L = (1 - \alpha)Y, \quad (2)$$

“Donde  $\alpha$  es una constante comprendida entre cero y uno que mide la participación del capital en la renta. Es decir,  $\alpha$  determina la proporción de la renta que obtiene el capital y la que obtiene el trabajo” (Mankiw 2006, p.107). Cobb demostró que la función que tenía esta propiedad era:

$$Y = F(K;L) = K^\alpha L^{1-\alpha}, \quad (3)$$

Más detenidamente el postulado fundamental de esta función, determinan que tiene rendimientos constantes a escala. Es decir, si el capital y el trabajo se incrementan en la misma proporción, la producción también aumenta en esa proporción.

A continuación se considera los productos marginales correspondientes a la función de producción Cobb Douglas. El producto del trabajo es:

$$PML = (1-\alpha) K^\alpha L^{1-\alpha} \quad (4)$$

y la del capital es:

$$PMK = \alpha K^\alpha L^{1-\alpha}. \quad (5)$$

A partir de estas ecuaciones y recordando que el valor de  $\alpha$  se encuentra entre cero y uno, se puede observar que los productos marginales de los factores varían. Un aumento en la cantidad de capital eleva el PML y reduce el PMK. Así mismo, un aumento de la cantidad de trabajo reduce el PML y eleva el PMK. (Mankiw, 2006)

Así mismo para Mankiw (2006) los productos marginales correspondientes a la función de producción Cobb- Douglas también pueden expresarse de la forma siguiente:

$$PML = (1-\alpha)Y/L \quad (6)$$

$$PMK = \alpha Y/K. \quad (7)$$

El *PML* es proporcional a la producción por trabajador y el *PMK* es proporcional a la producción por unidad de capital.  $Y/L$  se denomina productividad media del trabajo  $Y/K$  se llama productividad media del capital. Si la función de producción es Cobb-Douglas, la productividad marginal de un factor es proporcional a su productividad media. (p.119)

Ahora se puede verificar que si los factores obtienen sus productos marginales, el parámetro  $\alpha$  indica, precisamente, que parte de la renta percibe el trabajo y el cual percibe el capital. La cantidad total pagada al trabajo, que se ha visto que es  $PML \times L$ , es simplemente  $(1-\alpha)Y$ . Por lo tanto,  $(1-\alpha)$  es la proporción de la producción correspondiente al trabajo. Asimismo, la cantidad total pagada al capital  $PMK \times K$ , es  $\alpha Y$ , y  $\alpha$  es la proporción de la producción correspondiente al capital. (Mankiw, 2006). Por tanto “el cociente entre la renta del trabajo y la del capital es una constante,  $(1-\alpha)/\alpha$ , como observo Douglas. Las participaciones de los factores solo dependen del parámetro  $\alpha$ , no de las cantidades de capital o del trabajo” (Mankiw, 2006, p. 119).

La función Cobb- Douglas es de carácter neoclásico por lo tanto presenta rendimientos constantes a escala representados de la siguiente manera tal como afirma Sala-i-Martin, (1994):

$$(K)^\alpha (L)^{1-\alpha} = K^\alpha L^{1-\alpha} = Y \quad (8)$$

Del mismo modo los productos marginales del capital y del trabajo son positivos:



$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha K^{\alpha-1} L^{1-\alpha} > 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = (1-\alpha) K^{\alpha} L^{-\alpha} > 0, \quad (10)$$

Por tanto las segundas derivadas son negativas con lo que los productos marginales son decrecientes:

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial K^2} = \alpha (\alpha - 1) K^{\alpha-2} L^{1-\alpha} < 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial L^2} = (1-\alpha)(-\alpha) K^{\alpha} L^{-\alpha-1} < 0. \quad (12)$$

La aproximación matemática de la función Cobb-Douglas en este trabajo, parte de la linealización de la ecuación:

$$Y = K^{\alpha} L^{\beta} \quad (13)$$

Que resulta al aplicar logaritmos naturales; surge entonces la expresión siguiente ecuación adaptable tanto matemática como económicamente.

$$\ln Y = \alpha \ln K + \beta \ln L \quad (14)$$

Dónde:  $\ln Y$  es el logaritmo natural del PIB o de la renta,  $\ln K$  es el logaritmo natural del capital es decir la formación bruta de capital.  $\ln L$  es el logaritmo natural del trabajo es decir de la población económicamente activa. “ $\alpha$  es la elasticidad de FBK , en respecto a la maquinaria y equipo  $\beta$  es la elasticidad de la PEA respecto a los salarios y beneficios de los trabajadores” (Sancho, 2011, pag.5)

### **3. CAPITULO III. APLICACIÓN METODOLOGICA.**

#### **3.1 FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN COBB DOUGLAS APLICADA A LA ECONOMÍA COLOMBIANA.**

A continuación se procederá a realizar un conjunto de pruebas econométricas que permitan discernir hasta qué punto son admisibles algunos de los supuestos que incorpora la metodología explicada. Cuya finalidad principal será tratar de comprobar si la economía Colombiana se comporta de acuerdo con algún tipo de función que cumpla los requisitos básicos de la Cobb Douglas, en donde está, sea linealmente homogénea, contenga la implicaciones de los factores capital y trabajo y del mismo modo sus parámetros betas sean de orden positivo.

Por tanto el modelo econométrico a ejecutar se basa en una regresión por medio de mínimos cuadrados ordinarios entre la variable dependiente PIB y las variables independientes FBK y PEA de igual manera se estableció una periodicidad de cronología anual en donde se analizaran el comportamiento en 30 años de las variables implicadas comenzado en 1986 hasta el año 2015 para el caso colombiano.

Bajo lo anteriormente mencionado y observando las acciones de conducta del modelo se obtiene una incidencia positiva de la variable explicada hacia las explicativas, por tanto se busca que en el momento en que la variable que representa la incidencia de un factor aumente su nivel porcentual, manteniendo la variable restante constante, el producto interno bruto también lo haga en escalas diferentes pero presentando siempre un crecimiento proporcional.

De acuerdo a la regresión lineal múltiple se obtiene la media condicional o valor esperado de Y que es la producción nacional condicionando a los valores dados o fijos de las variables K y L.

No obstante es fundamental distinguir si los parámetros del modelo son positivos, haciendo una analogía con la teoría económica; ya que la función de producción Cobb-Douglas se delimita como una función a la relación establecida entre la cantidad de factores existentes y la cantidad de producción.

Esto se fundamenta en conocimientos a priori que induce a que si se da un aumento en la FBK, el producto interno bruto debe presentar un incremento. De igual forma es importante aclarar que existen otras variables que pueden afectar al crecimiento del PIB que puedan establecer un ajuste más radical en el coeficiente de correlación. Como es el caso de la tecnología que para fines del presente no fue incluida.

Debido a la trascendencia de la función de producción Cobb Douglas y al bajo crecimiento económico que presenta Colombia en los últimos años, ocasionado por las externalidades influyentes que han permeado a evolución del ciclo económico nacional, se delimito que el alcance en donde se aplicara complejión de esta función será todo el territorio Colombiano, por medio de la compilación de los datos sobre la producción de bienes y servicios en un determinado periodo de tiempo, este último será comprendido en una muestra de 30 datos tomados de la base de indicadores del Banco Mundial.

## 3.2 CARACTERIZACION DE LAS VARIABLES

### 3.2.1 VARIABLE DEPENDIENTE (Y)

- **Producción Nacional (PIB):** Determinado como el conjunto de bienes y servicios producidos en un país durante un determinado espacio de tiempo, en el presente modelo 30 años. Los datos fueron tomados del Banco Mundial representado a precios constantes en una unidad de medida de billones de pesos; tomando como fuente las cuentas nacionales del Banco Mundial y archivos de datos sobre cuentas nacionales de la OCDE.

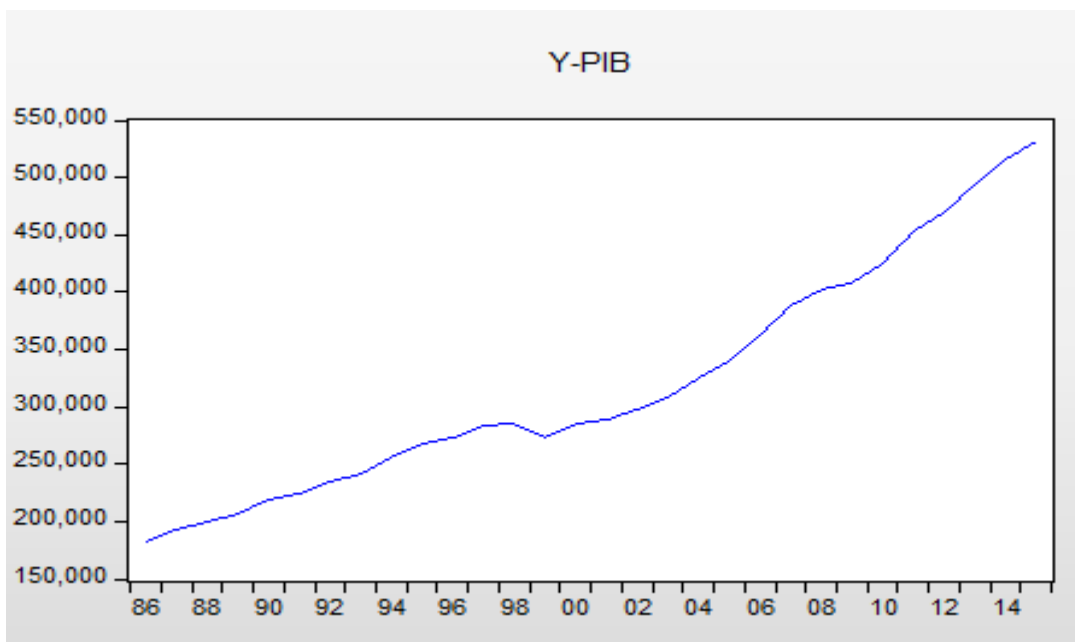
### 3.2.2 VARIABLES INDEPENDIENTES (X)

- **Capital (Formación Bruta de Capital):** Datos tomados del Banco Mundial a precios constantes en una unidad de medida de Billones de pesos; tomando como fuente las cuentas nacionales del Banco Mundial y archivos de datos sobre cuentas nacionales de la OCDE. “Comprende los desembolsos en concepto de adiciones a los activos fijos de la economía más las variaciones netas en el nivel de los inventarios. (Banco Mundial, 2015)
- **Trabajo (Población Económicamente Activa):** Datos tomados del Banco Mundial a en una unidad de medida de miles de personas; tomando como fuente la Organización Internacional del Trabajo, base de datos de Indicadores principales sobre el mercado laboral. Que según el Banco Mundial (2015) comprende a personas de 15 años o más que satisfacen la definición de: “individuos que aportan trabajo para la producción de bienes y servicios durante un período específico”.

Respecto a las series elegidas anteriormente se constituirá un modelo econométrico basado en su conversión a logaritmo natural, esto con el fin de generar una evidencia más real del ejercicio y soportar el verdadero objetivo de la investigación el cual es establecer la ponderación de la participación de las variables independientes en la dependiente.

### 3.3 GRAFICAS DE LAS VARIABLES.

Variable Endógena (Y) = Producción Nacional (PIB)



**Grafico 1:** Comportamiento del PIB . Datos tomados del Banco Mundial <https://datos.bancomundial.org/indicador/> en una unidad de medida de billones de pesos. Generado en Eviews 10. Elaboración propia.

Eje Vertical: Billones de Pesos

Eje Horizontal: Periodos de tiempo (Años)

**Tendencia:** Se puede observar que en la variable endógena del modelo que representa la producción nacional estimada en el PIB presenta una tendencia ascendente durante la periodicidad escogida, dicha tendencia únicamente presenta una anomalía entre los años 1997 a 2000 en donde el producto interno bruto nacional adquiere tendencias decrecientes, que a simple vista no poseen una gran implicación

pero si irrumpe con la tendencia general del modelo; de igual forma la recta muestra diversos grados de inclinación en donde su pendiente es más significativa a los cambios de la economía .

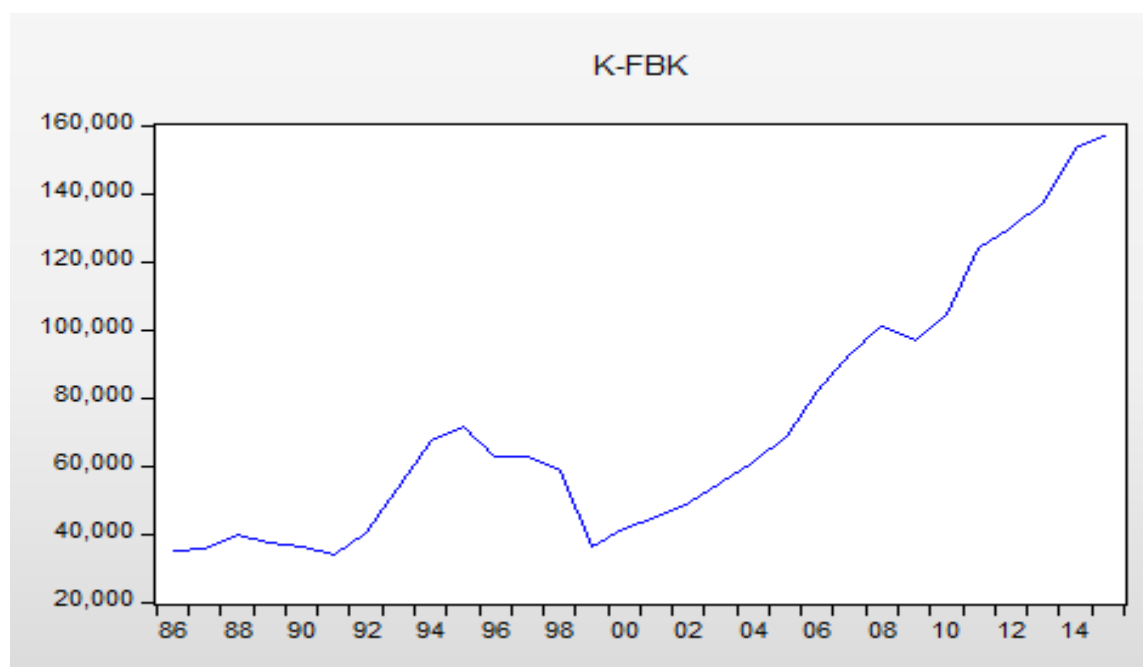
**Valores Atípicos:** El valor atípico más representativo que muestra la gráfica se puede observar en el año 1999 con un valor de producción de 272,707 Billones de pesos, valor que decrece en 11,968 Billones de pesos respecto al año anterior es decir 1998 en donde se presentó una producción de 284,675 Billones de pesos

**Punto Máximo** El punto máximo más representativo de la gráfica se evidencia en el año 2014 en donde el PIB adquiere un valor de 515,489 Billones de pesos valor que nunca antes se había presentado en la economía nacional

**Punto Mínimo:** El punto Mínimo más representativo de la gráfica se encuentra en el primer año en el que se comienza a evaluar el modelo, es decir en el año 1986 en donde el PIB adquiere un valor de 182,139.

**Constancia en el tiempo:** Se puede establecer que según lo observado en la gráfica la constancia en el tiempo de no presenta cambio significativos ya que presenta una variabilidad mínima de la pendiente que garantiza su inclinación y por tanto su tendencia variable a los cambios.

**Variable Exógena (X) = K (Formación Bruta de Capital).**



**Grafico 2:** Comportamiento FBK. Datos tomados del Banco Mundial <https://datos.bancomundial.org/indicador/> en una unidad de medida de billones de pesos. Generado en Eviews 10. Elaboración propia.

Eje Vertical: Billones de Pesos

Eje Horizontal: Periodos de tiempo (Años)

**Tendencia:** La tendencia en la variable capital representado en la FBK, no es uniforme ya que presenta diversos picos, que no le permiten poseer una tendencia general. Entre el año 1986 a 1991 no presenta una fluctuación trascendental, después del 1991 y con la apertura económica que sufrió nuestro país la formación bruta de capital adquiere tendencias ascendentes presentando el pico más alto de la década en el año 1995 con un valor de 71,449 Billones de pesos, pero que poco después es decir en el año 1999 caería hasta el punto de presentar unos de sus picos más bajos es decir 35,899 Billones de pesos muy influenciada por la tendencia similar que presento el PIB. Después de esto se puede decir que la FBK a nivel nacional se comportó de una manera

muy semejante a un nivel decreciente, presentando una anomalía no muy significativa en el año 2008 a 2009 propia de la crisis económica.

**Valores Atípicos:** Los valores atípicos más influyentes de la gráfica se evidencian en los años 1999 y 2009 en donde la FBK adquiere valores de 35,899 Billones y 99,886 respectivamente, esto en una tendencia decreciente. Bajo el otro punto de vista se puede observar que otro punto atípico de manera ascendente se obtiene el año 1995 en donde se presenta una tendencia totalmente diferente a lo que se ha venido presentando .

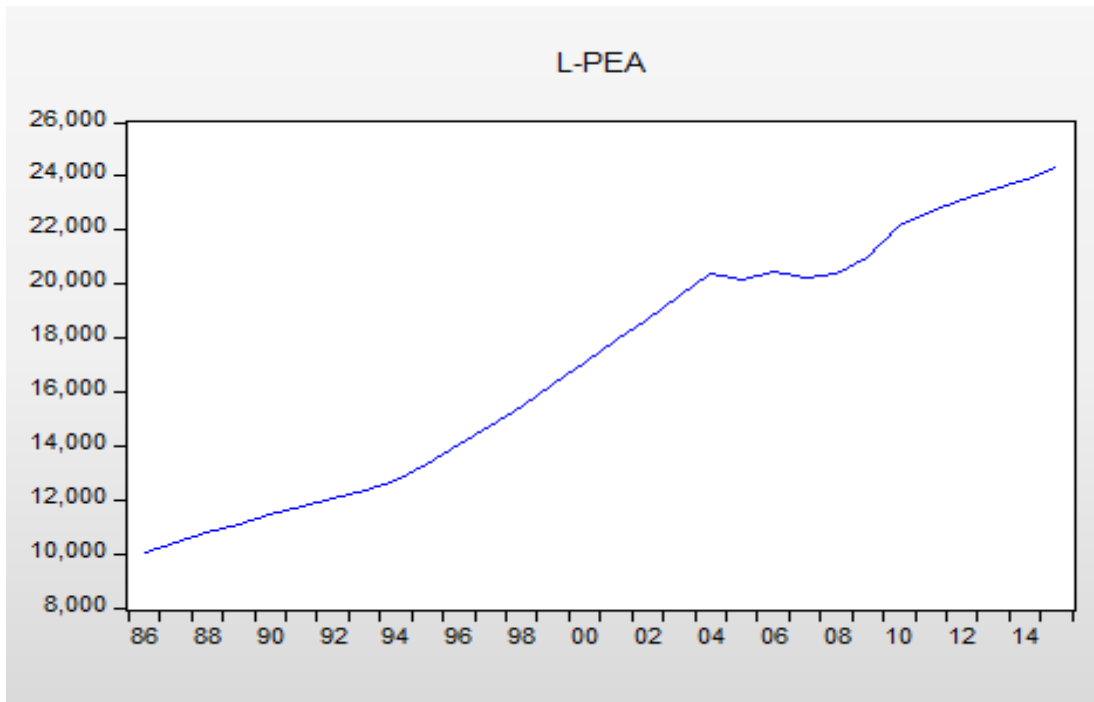
**Puntos Máximo** Como punto máximo hay que resaltar al año 2014 en donde se obtuvo un valor de 153,239 Billones de pesos, sin dejar a un lado la buena tendencia positiva vivida en 1995 con un valor de 71,449

**Punto Mínimo:** Como punto mínimo se encuentra presente el año 1990 con un valor representativo del 33,702 año anterior a la apertura económica del país, razón por la cual antes de ese año se presentó una de los puntos más bajos de formación bruta de capital en nuestro país.

**Constancia en el tiempo:** Se puede decir que la gráfica no se mantiene constante en el tiempo y en comparación al PIB la FBK es más fluctuante a los cambios de la economía.



**Variable Exógena (X) = L (Población Económicamente Activa).**



**Grafico 3:** Comportamiento PEA . Datos tomados del Banco Mundial <https://datos.bancomundial.org/indicador/> en una unidad de medida de miles de personas. Generado en Eviews 10. Elaboración propia.

Eje Vertical: Miles de Personas

Eje Horizontal: Periodos de tiempo (Años)

**Tendencia:** La tendencia en la variable exógena que representa el trabajo por medio de la Población Económicamente Activa. Si presenta uniformidad, se puede decir que mientras el ritmo de la economía viene en aumento la PEA también lo hace, ya que presenta una tendencia ascendente muy similar a la del PIB. Distorsionándose un poco entre los años 2000 a 2009 en donde se generan fluctuaciones no muy significativas.

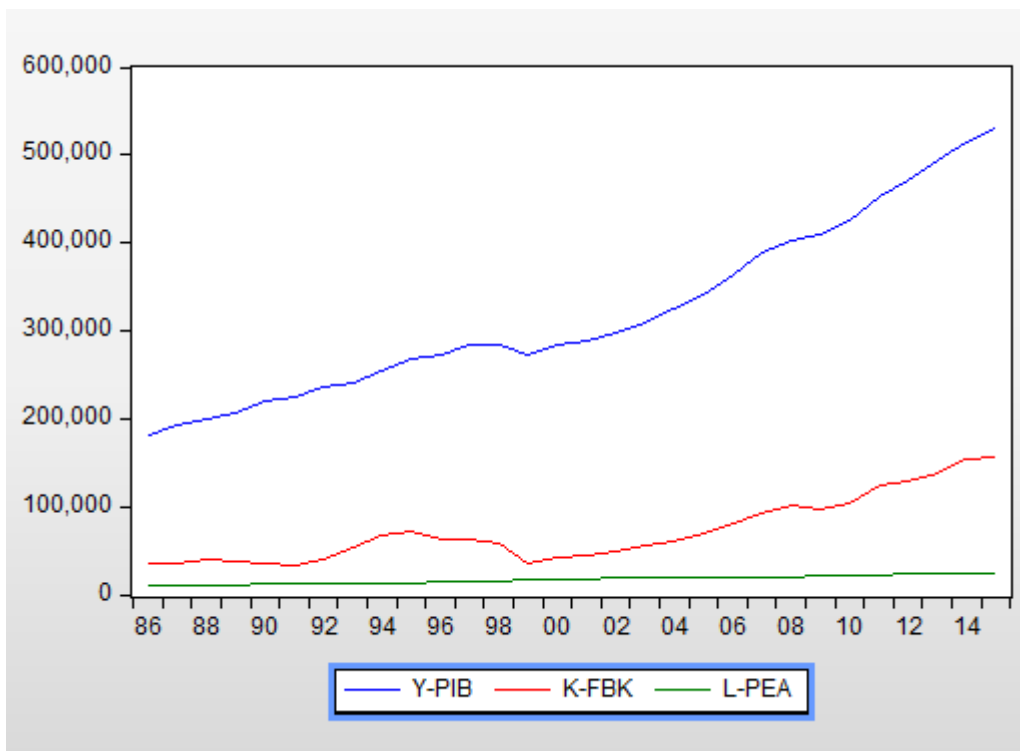
**Valores Atípicos:** La gráfica no posee un gran valor atípico, los únicos valores que se puede resaltar es el periodo de 2004 a 2006.

**Puntos Máximo:** El punto máximo de la gráfica con mayor significancia se presenta en el año 2014 con un valor representativo del 24.290 personas económicamente activas

**Punto Mínimo:** Se presenta en donde se comienza a establecer la periodicidad de la muestra es decir en el año 1986 con un valor representativo del 10.025 personas económicamente activas.

**Constancia en el tiempo:** Se puede establecer que según lo observado la constancia en el tiempo de la gráfica de la población activa a nivel nacional se mantiene constante; sin ninguna perturbación aparentemente generada por los cambios económicos.

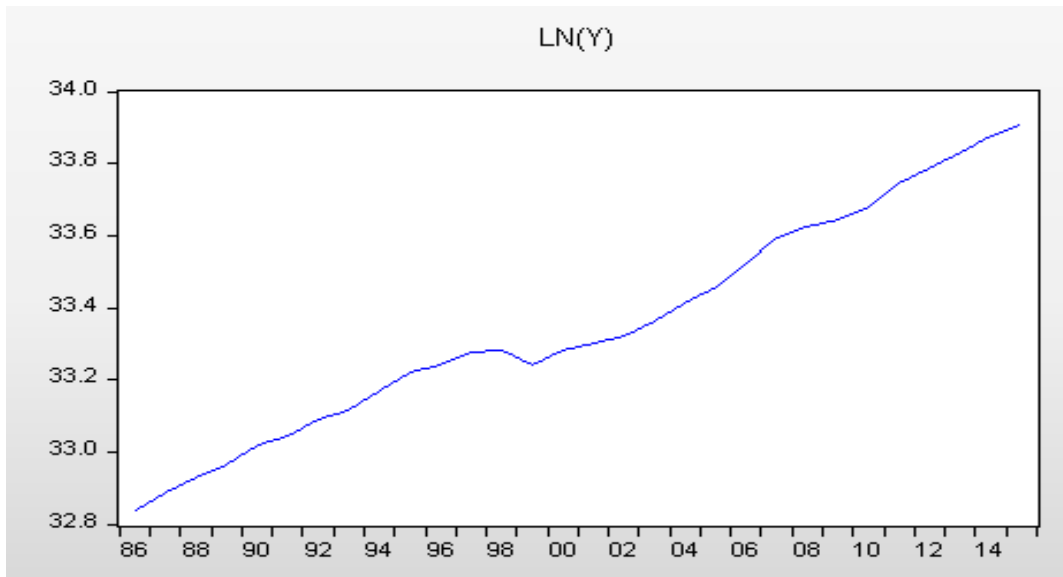
#### Grafico del Modelo



**Grafico 4:** Comportamiento de las variables del modelo. Datos tomados del Banco Mundial <https://datos.bancomundial.org/indicador/>. Generado en Eviews 10. Elaboración propia.

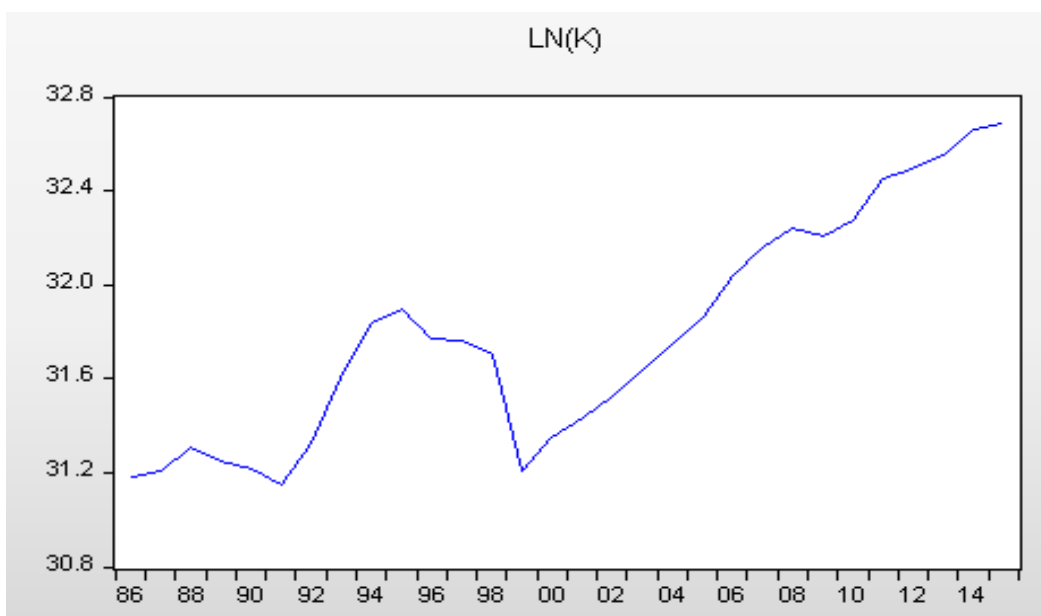
### 3.3.1 GRAFICAS DE LAS VARIABLES REPRESENTADAS EN LOGARITMO NATURAL.

Logaritmo natural de la variable endogena Y



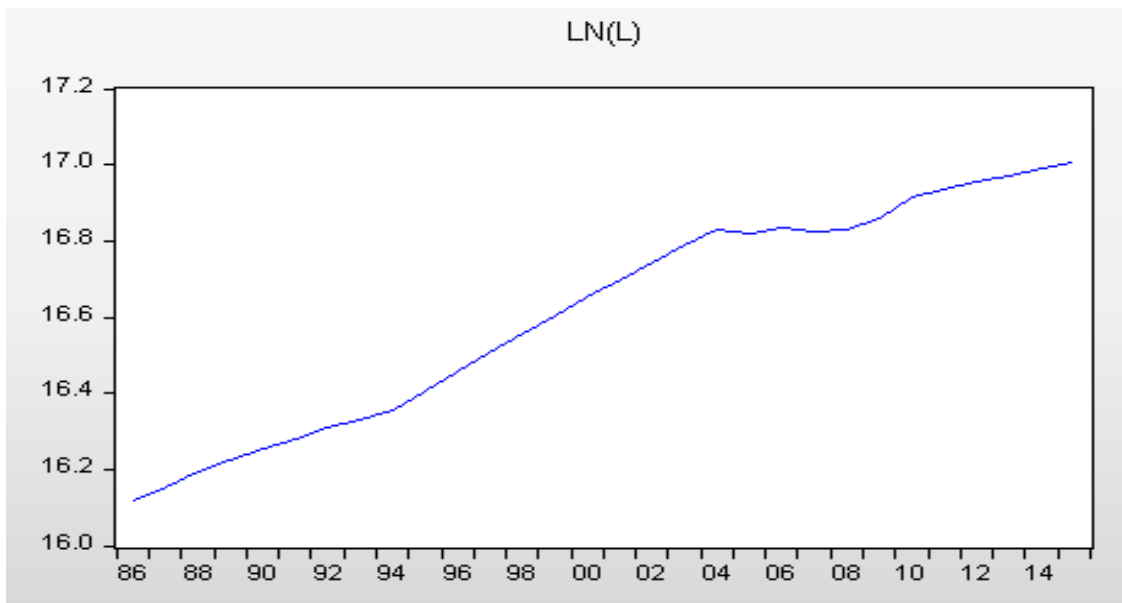
**Grafico 5:** Comportamiento del PIB en Logaritmo Natural. Datos tomados del Banco Mundial <https://datos.bancomundial.org/indicador/> en una unidad de medida de billones de pesos. Generado en Eviews 10. Elaboración propia.

Logaritmo natural de la variable exogena K



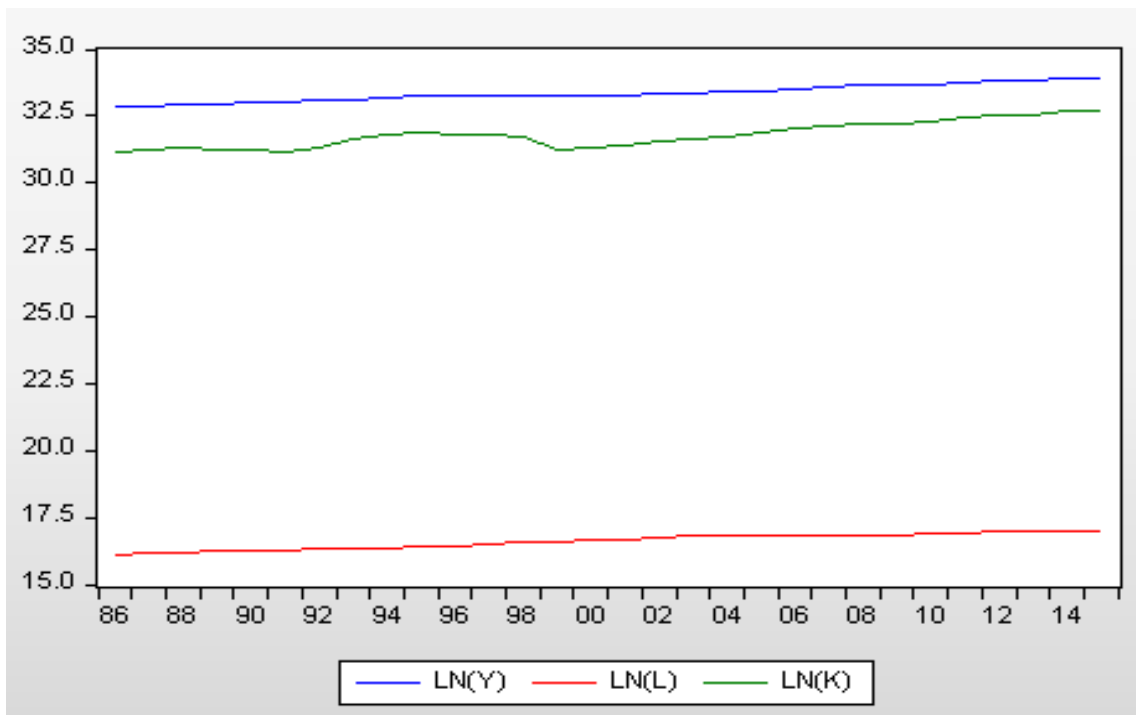
**Grafico 6:** Comportamiento de K en Logaritmo Natural. Datos tomados del Banco Mundial <https://datos.bancomundial.org/indicador/> en una unidad de medida de billones de pesos. Generado en Eviews 10. Elaboración propia.

Logaritmo natural de la variable endogena L



**Grafico 7:** Comportamiento de L en Logaritmo Natural. Datos tomados del Banco Mundial <https://datos.bancomundial.org/indicador/> en una unidad de medida de billones de pesos. Generado en Eviews 10. Elaboración propia.

Grafico del modelo en logarimo natural



## 4. CAPITULO IV. APLICABILIDAD ANALISIS Y VIABILIDAD

### 4.1 REGRESIÓN DEL MODELO PLANTEADO.

Soportado bajo toda la teoría económica y econométrica para el modelo establecido a continuación se determinó que los resultados más óptimos y verídicos se obtendrán corriendo las series de K y L bajo un rezago de (-1) es decir que los valores representativos de las variables independientes en el año (i) explican de una manera más coherente los valores representativos de la variable explicada en el año i-1.

Estableciendo así:

$$\ln Y = 13,95776 + 0,283321 \ln K(-1) + 0,627552 \ln L(-1) + ut \quad (15)$$

#### Estimación en EViews

Dependent Variable: LN\_Y\_  
Method: Least Squares  
Date: 07/19/18 Time: 19:15  
Sample (adjusted): 1987 2015  
Included observations: 29 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	13.95776	0.522908	26.69258	0.0000
LN_K_(-1)	0.283321	0.027811	10.18722	0.0000
LN_L_(-1)	0.627552	0.045547	13.77803	0.0000
R-squared	0.982906	Mean dependent var		33.37392
Adjusted R-squared	0.981591	S.D. dependent var		0.297941
S.E. of regression	0.040425	Akaike info criterion		-3.481055
Sum squared resid	0.042488	Schwarz criterion		-3.339610
Log likelihood	53.47529	Hannan-Quinn criter.		-3.436756
F-statistic	747.4910	Durbin-Watson stat		1.125909
Prob(F-statistic)	0.000000			

**Tabla 1: Regresión** del Modelo Planteado. Generado en Eviews 10. Elaboración propia.

#### Análisis:

La formación bruta de capital y la población económicamente activa explican en 98,29% la variabilidad de la producción nacional; se considera un buen ajuste en la

medida que  $R^2$  se acerca a 1. De igual forma en los coeficientes es decir los betas se puede establecer lo siguiente:

- $\beta_1$ : si tanto la formación bruta de capital como la población económicamente activa fuesen cero, se tendrían 13,95776 Billones de pesos en la producción nacional
- $\beta_2$ : Ante un incremento de una unidad porcentual en la FBK, el PIB se incrementa en 0,28% manteniendo todo lo demás constante
- $\beta_3$ : ante un incremento de una unidad porcentual de la población económicamente activa, el PIB incrementa 0,62 % manteniendo todo lo demás constante

En las pruebas de significancia se establece bajo un nivel de confianza del 95 % dejando un margen de error del 5 % que en una prueba estadística t de Student de dos colas, los betas del modelo son significativos ya que al establecer un límite de región crítica y zona de aceptación delimitada por un  $t = 2,045229642$  el t estadístico asume los siguientes valores:  $\beta_1 = 26,69258$   $\beta_2 = 10,18722$  y  $\beta_3 = 13,77803$  todos superiores a 2,045229642 por ende se rechaza la hipótesis nula en donde establece que  $\beta_{1,2,3} = 0$  y se acepta la alternativa la cual induce a la hipótesis de que  $\beta_{1,2,3} \neq 0$  por tanto se establece que son significativos individualmente.

## 4.2 PRUEBAS DE CAMBIO ESTRUCTURAL

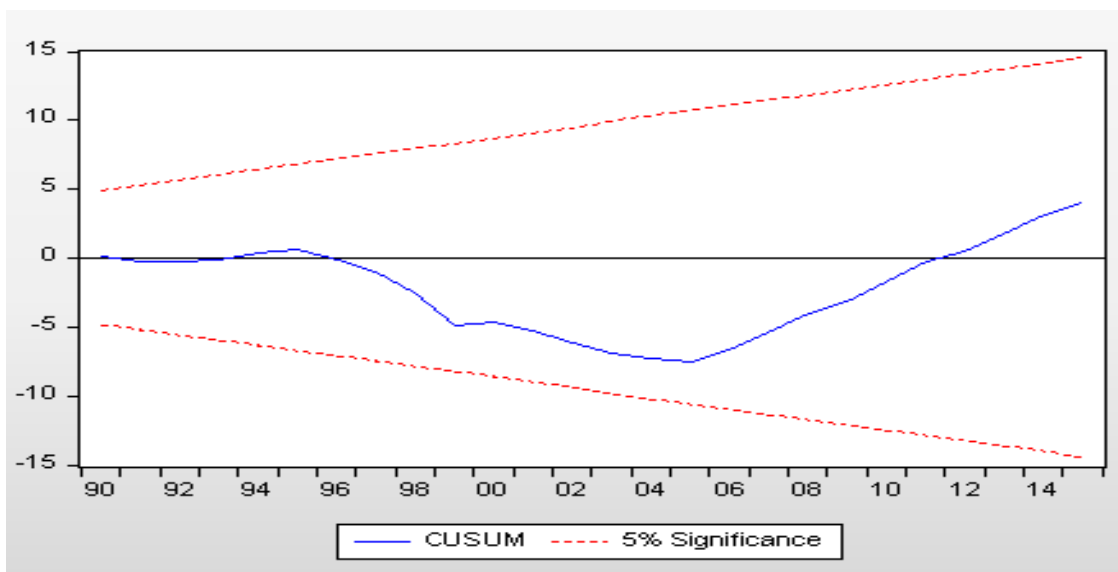
### 4.2.1 TEST DE CHOW

Chow Breakpoint Test: 1999			
Null Hypothesis: No breaks at specified breakpoints			
Varying regressors: All equation variables			
Equation Sample: 1987 2015			
F-statistic	5.165536	Prob. F(3,23)	0.0709
Log likelihood ratio	14.93720	Prob. Chi-Square(3)	0.0187
Wald Statistic	15.49661	Prob. Chi-Square(3)	0.0014

**Tabla 2:** Prueba de Cambio Estructural- Test de Chow. Generado en Eviews 10. Elaboración propia.

De acuerdo los datos tomados para la ejecución del modelo, se evidencio que en el año 1999 hay un cambio significativo en la variable dependiente es decir el PIB, ya que en dicho año este toma valores negativos tendencia atípica a su evolución a lo largo del periodo de estudio. Conforme a esto se evidencia el Test de Chow que el F- Estadístico que evoca la significancia general es el más grande en este año tomando el valor de 5,165536. Sin embargo el P-Valor es del 0,07 es mayor a 0,05. Lo que concluye que a un nivel de significancia del 5% se rechaza la Hipótesis nula y se acepta la alternativa que induce que el modelo no presenta problemas de cambio estructural.

#### 4.2.2 TEST DE CUSUM



**Grafico 9:** Prueba de Cambio Estructural- Test de Cusum. Generado en Eviews 10.  
Elaboración propia.

Para evidenciar otra evaluación acerca si el modelo presenta cambio estructural o no, se establece el Test de Cusum en donde se observa como el comportamiento de línea azul no se sale del parámetro establecido en los límites rojos que representa una significancia del 5% por ende no existe cambio estructural, ya que dicha línea azul nunca sobrepasa dichos parámetros.

### 4.3 PRUEBA DE MULTICOLINEALIDAD.

	<i>LN(K)</i>	<i>LN(L)</i>
<i>LN(K)</i>	1	
<i>LN(L)</i>	0,82085802	1

**Tabla 3:** Prueba de Multicolinealidad – Matriz de Colinealidades Generado en Excel versión 2013. Elaboración propia.

Según la prueba de multicolinealidad la variable trabajo representado en la población económicamente activa presenta una inconsistencia debido a que en la matriz donde se evalúan los resultados está a punto de tomar valores cercanos a 1 por tanto se procede a realizar regresiones auxiliares con el fin de establecer una combinación de variables que arroje un coeficiente de determinación inferior al establecido en la regresión del modelo.

#### Regresión Ln K= Ln L(-1)

Dependent Variable: LN\_K\_  
 Method: Least Squares  
 Date: 07/19/18 Time: 19:44  
 Sample (adjusted): 1987 2015  
 Included observations: 29 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	8.724949	3.108257	2.807023	0.0092
LN_L_(-1)	1.390788	0.187213	7.428924	0.0000
R-squared	0.671489	Mean dependent var		31.81268
Adjusted R-squared	0.659321	S.D. dependent var		0.482554
S.E. of regression	0.281655	Akaike info criterion		0.370207
Sum squared resid	2.141903	Schwarz criterion		0.464503
Log likelihood	-3.368004	Hannan-Quinn criter.		0.399740
F-statistic	55.18891	Durbin-Watson stat		0.288144
Prob(F-statistic)	0.000000			

**Tabla 4:** Prueba de Multicolinealidad – Regresión Auxiliar Ln K=Ln L (-1). Generado en Eviews 10. Elaboración propia.



## Regresión Ln L= Ln K (-1)

Dependent Variable: LN\_L\_  
 Method: Least Squares  
 Date: 07/19/18 Time: 19:50  
 Sample (adjusted): 1987 2015  
 Included observations: 29 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.384096	2.178913	0.635223	0.5306
LN_K_(-1)	0.480055	0.068597	6.998202	0.0000
R-squared	0.644619	Mean dependent var		16.63098
Adjusted R-squared	0.631457	S.D. dependent var		0.278408
S.E. of regression	0.169015	Akaike info criterion		-0.651184
Sum squared resid	0.771286	Schwarz criterion		-0.556888
Log likelihood	11.44217	Hannan-Quinn criter.		-0.621652
F-statistic	48.97482	Durbin-Watson stat		0.208842
Prob(F-statistic)	0.000000			

**Tabla 5:** Prueba de Multicolinealidad – Regresión Auxiliar Ln L=Ln K (-1). Generado en Eviews 10. Elaboración propia.

Como el  $R^2$  de las regresiones establecidas anteriormente es de 0,671489 y 0,644619 respectivamente, son menores al  $R^2$  de la regresión original del modelo. Por tanto no presenta problemas de multicolinealidad, del mismo modo se establece que el modelo auxiliar que mejor lo representa es el del Ln K= Ln L (-1).

## 4. PRUEBA DE HETEROCEDASTICIDAD

### 4.4.1 TEST DE BREUSCH- PAGAN- GODFREY.

Heteroskedasticity Test: Breusch-Pagan-Godfrey

F-statistic	1.074578	Prob. F(2,26)	0.3561
Obs*R-squared	2.214117	Prob. Chi-Square(2)	0.3305
Scaled explained SS	1.751441	Prob. Chi-Square(2)	0.4166

Test Equation:  
 Dependent Variable: RESID^2  
 Method: Least Squares  
 Date: 07/22/18 Time: 00:34  
 Sample: 1987 2015  
 Included observations: 29

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.038508	0.026987	1.426908	0.1655
LN_K_(-1)	-0.001658	0.001435	-1.155123	0.2585
LN_L_(-1)	0.000941	0.002351	0.400185	0.6923
R-squared	0.076349	Mean dependent var		0.001465
Adjusted R-squared	0.005299	S.D. dependent var		0.002092
S.E. of regression	0.002086	Akaike info criterion		-9.409173
Sum squared resid	0.000113	Schwarz criterion		-9.267729
Log likelihood	139.4330	Hannan-Quinn criter.		-9.364875
F-statistic	1.074578	Durbin-Watson stat		1.654126
Prob(F-statistic)	0.356126			

**Tabla 6:** Prueba de Heterocedasticidad – Test de Breusch- Pagan Godfrey. Generado en Eviews 10. Elaboración propia.

Como el P-Valor es mayor al nivel de significancia del 5%, se rechaza la Hipótesis Nula, es decir, los Betas son diferentes de cero, el supuesto de homoscedasticidad no se incumple, lo que implica que los errores no tienen nada que ver con las variables exógenas. Lo anteriormente se ratifica con el test de White establecido a continuación:

#### 4.4.2 TEST DE WHITE

##### Heteroskedasticity Test: White

F-statistic	1.062412	Prob. F(2,26)	0.3602
Obs*R-squared	2.190942	Prob. Chi-Square(2)	0.3344
Scaled explained SS	1.733109	Prob. Chi-Square(2)	0.4204

##### Test Equation:

Dependent Variable: RESID^2  
 Method: Least Squares  
 Date: 07/22/18 Time: 00:41  
 Sample: 1987 2015  
 Included observations: 29

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.019878	0.013476	1.475068	0.1522
LN_K_(-1)^2	-2.57E-05	2.26E-05	-1.138673	0.2652
LN_L_(-1)^2	2.74E-05	7.12E-05	0.385262	0.7032
R-squared	0.075550	Mean dependent var		0.001465
Adjusted R-squared	0.004438	S.D. dependent var		0.002092
S.E. of regression	0.002087	Akaike info criterion		-9.408308
Sum squared resid	0.000113	Schwarz criterion		-9.266864
Log likelihood	139.4205	Hannan-Quinn criter.		-9.364010
F-statistic	1.062412	Durbin-Watson stat		1.653001
Prob(F-statistic)	0.360152			

**Tabla 7:** Prueba de Heterocedasticidad – Test de White. Generado en Eviews 10.  
 Elaboración propia.

## 4.4 PRUEBAS DE AUTOCORELACION

### 4.5.1 ANÁLISIS DE LA DURBIN- WATSON.

Dependent Variable: LN\_Y\_  
Method: Least Squares  
Date: 07/19/18 Time: 19:15  
Sample (adjusted): 1987 2015  
Included observations: 29 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	13.95776	0.522908	26.69258	0.0000
LN_K_(-1)	0.283321	0.027811	10.18722	0.0000
LN_L_(-1)	0.627552	0.045547	13.77803	0.0000
R-squared	0.982906	Mean dependent var		33.37392
Adjusted R-squared	0.981591	S.D. dependent var		0.297941
S.E. of regression	0.040425	Akaike info criterion		-3.481055
Sum squared resid	0.042488	Schwarz criterion		-3.339610
Log likelihood	53.47529	Hannan-Quinn criter.		-3.436756
F-statistic	747.4910	Durbin-Watson stat		1.125909
Prob(F-statistic)	0.000000			

**Tabla 8:** Prueba de Autocorrelacion – Estadístico Durbin Watson . Generado en Eviews 10.  
Elaboración propia.

Al analizar el coeficiente que arroja la Durbin Watson se observa que este se encuentra en el rango establecido por las tablas en donde se establece que en una prueba de 30 observaciones con 2 k o variables exógenas los límites establecidos son del 1.07 al 1.34. Por tanto el modelo no presenta autocorrelación ya que su estadístico Durbin-Watson se ubica en 1.125909

### 4.5.2 TEST DE AUTOCORELACION DE BREUSCH- GODFREY

Lo anteriormente planteado bajo la observación realizada al estadístico de Durbin Watson adquiere aún más validez bajo los resultados arrojados el test de autocorrelación de Breusch- Godfrey en donde se observa que el P- Valor es mayor a la

probabilidad del 0,05 % ya que toma un valor del 0,2164 por lo tanto el supuesto de autocorrelación no se incumple.

**Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:**

F-statistic	6.001370	Prob. F(1,25)	0.2164
Obs*R-squared	5.613937	Prob. Chi-Square(1)	0.1782

**Test Equation:**

Dependent Variable: RESID

Method: Least Squares

Date: 07/22/18 Time: 00:46

Sample: 1987 2015

Included observations: 29

Presample missing value lagged residuals set to zero.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.105356	0.480802	0.219127	0.8283
LN_K_(-1)	-0.016431	0.026338	-0.623866	0.5384
LN_L_(-1)	0.025122	0.042954	0.584860	0.5639
RESID(-1)	0.461769	0.188495	2.449769	0.0216
R-squared	0.193584	Mean dependent var	-5.94E-15	
Adjusted R-squared	0.096814	S.D. dependent var	0.038954	
S.E. of regression	0.037021	Akaike info criterion	-3.627245	
Sum squared resid	0.034263	Schwarz criterion	-3.438652	
Log likelihood	56.59505	Hannan-Quinn criter.	-3.568180	
F-statistic	2.000457	Durbin-Watson stat	1.958867	
Prob(F-statistic)	0.139672			

**Tabla 9 :** Prueba de Autocorrelacion – Test de Breusch- Pagan Godfrey. Generado en Eviews 10. Elaboración propia.

#### 4.6 TEST DE RAICES UNITARIAS

Es de suma trascendencia conocer si las series escogidas pertenecen a un proceso estocástico es decir si son una secuencia de datos que evolucionan en el tiempo. Bajo la misma perspectiva es importante determinar que las series no sean estacionarias ya que lo que se busca es que la tendencia y/o variabilidad cambie en el tiempo, haciendo que los cambios en la media determinen una tendencia ascendente o decreciente en el largo plazo, por lo que la serie no debe oscilar alrededor de un valor constante. Por tanto se debe realizar el Test de Raíces unitarias en donde se quiere que la serie posea raíz igual a 1.

#### 4.6.1 TEST DE RAICES UNITARIAS -SERIE LN Y

Null Hypothesis: D(LN\_Y\_) has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=7)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-4.189530	0.2966
Test critical values:		
1% level	-3.689194	
5% level	-2.971853	
10% level	-2.625121	

\*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
 Dependent Variable: D(LN\_Y\_,2)  
 Method: Least Squares  
 Date: 07/24/18 Time: 03:17  
 Sample (adjusted): 1988 2015  
 Included observations: 28 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LN_Y_(-1))	-0.798445	0.190581	-4.189530	0.0003
C	0.028882	0.008216	3.515506	0.0016
R-squared	0.403015	Mean dependent var		-0.000785
Adjusted R-squared	0.380054	S.D. dependent var		0.027996
S.E. of regression	0.022043	Akaike info criterion		-4.722877
Sum squared resid	0.012633	Schwarz criterion		-4.627719
Log likelihood	68.12027	Hannan-Quinn criter.		-4.693786
F-statistic	17.55216	Durbin-Watson stat		2.037382
Prob(F-statistic)	0.000285			

**Tabla 10:** Prueba de Raíces Unitarias – Serie Ln Y- Generado en Eviews 10. Elaboración propia.

En el cual el Test Raíces Unitarias se ejecutó bajo la características de primeras diferencias que no es más que el resultado de la discrepancia entre cada dato de la serie respecto a su anterior dicho esto se puede observar que el estadístico Dickey-Fuller es de -4,189530 a un nivel de significancia del 10, 5 y 1porciento es mayor que los límites de los valores críticos -2,625121, -2,971853 y -3,689194 respectivamente en valor absoluto. Por consiguiente se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alternativa que demuestra que la serie posee raíz unitaria por tanto no estacionaria. Del mismo modo los retardos son individualmente significativos lo que valida aún más el supuesto.

#### 4.6.2 TEST DE RAICES UNITARIAS -SERIE LN K

Null Hypothesis: D(LN\_K\_) has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=7)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-4.010947	0.4602
Test critical values:		
1% level	-3.689194	
5% level	-2.971853	
10% level	-2.625121	

\*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
 Dependent Variable: D(LN\_K\_,2)  
 Method: Least Squares  
 Date: 07/23/18 Time: 23:11  
 Sample (adjusted): 1988 2015  
 Included observations: 28 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LN_K_(-1))	-0.764496	0.190602	-4.010947	0.0005
C	0.040416	0.028516	1.417321	0.1683
R-squared	0.382242	Mean dependent var		-8.47E-06
Adjusted R-squared	0.358482	S.D. dependent var		0.176232
S.E. of regression	0.141153	Akaike info criterion		-1.009195
Sum squared resid	0.518029	Schwarz criterion		-0.914038
Log likelihood	16.12873	Hannan-Quinn criter.		-0.980104
F-statistic	16.08770	Durbin-Watson stat		1.961852
Prob(F-statistic)	0.000454			

**Tabla 11:** Prueba de Raíces Unitarias – Serie Ln K- Generado en Eviews 10. Elaboración propia.

En el cual el Test Raíces Unitarias se ejecutó bajo la características de primeras diferencias que no es más que el resultado de la discrepancia entre cada dato de la serie respecto a su anterior dicho esto se puede observar que el estadístico Dickey-Fuller es de -4,010947 a un nivel de significancia del 10, 5 y 1porciento es mayor que los límites de los valores críticos -2,625121, -2,971853 y -3,689194 respectivamente en valor absoluto. Por consiguiente se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alternativa que

demuestra que la serie posee raíz unitaria por tanto no estacionaria. Del mismo modo los retardos son individualmente significativos lo que valida aún más el supuesto.

#### 4.6.3 TEST DE RAICES UNITARIAS -SERIE LN L

Null Hypothesis: D(LN\_L\_) has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=7)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.985089	0.1149
Test critical values:		
1% level	-3.689194	
5% level	-2.971853	
10% level	-2.625121	

\*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
 Dependent Variable: D(LN\_L\_,2)  
 Method: Least Squares  
 Date: 07/22/18 Time: 01:13  
 Sample (adjusted): 1988 2015  
 Included observations: 28 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LN_L_(-1))	-0.411197	0.161197	-2.550890	0.1698
C	0.012071	0.005726	2.108066	0.4482

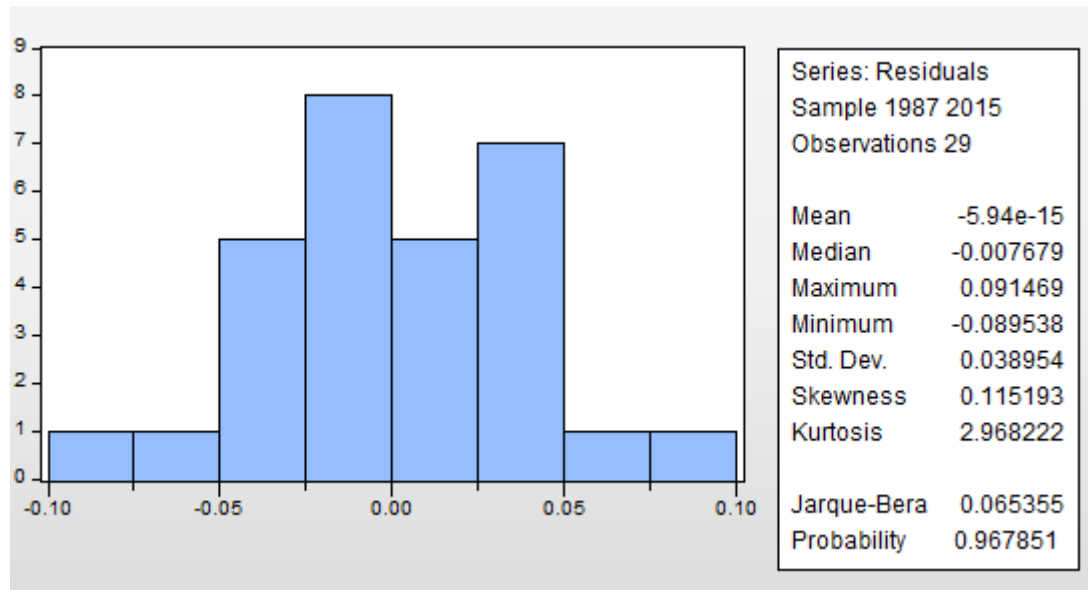
R-squared	0.200173	Mean dependent var	-0.000688
Adjusted R-squared	0.169411	S.D. dependent var	0.016186
S.E. of regression	0.014752	Akaike info criterion	-5.526156
Sum squared resid	0.005658	Schwarz criterion	-5.430998
Log likelihood	79.36618	Hannan-Quinn criter.	-5.497065
F-statistic	6.507038	Durbin-Watson stat	2.088019
Prob(F-statistic)	0.016976		

**Tabla 12:** Prueba de Raíces Unitarias – Serie Ln L- Generado en Eviews 10. Elaboración propia.

En el cual el Test Raíces Unitarias se ejecutó bajo la características de primeras diferencias que no es más que el resultado de la discrepancia entre cada dato de la serie respecto a su anterior dicho esto se puede observar que el estadístico Dickey-Fuller es de -2,985089 a un nivel de significancia del 10, 5 porciento es mayor que los límites de los valores críticos -2,625121, -2,971853 y respectivamente en valor absoluto. Dejando

un margen de error del 1%. Por consiguiente se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alternativa que demuestra que la serie posee raíz unitaria por tanto no estacionaria. Del mismo modo los retardos son individualmente significativos lo que valida aún más el supuesto.

#### 4.7 PRUEBA DE NORMALIDAD.



**Grafico 10:** Prueba de Normalidad – Test de Normalidad. Generado en Eviews 10.  
Elaboración propia.

En la prueba de Normalidad se evidencia que los errores se distribuyen de manera normal ya que su estadístico Jarque-Bera es del 0.065355 superior al 0,05, por consiguiente se acepta la hipótesis nula. Así mismo y bajo la constancia de que los errores se distribuyen de manera normal se establece que la simetría es la correcta y que posee una característica de Kurtosis Mesocurtica ya que el valor 2.968222 se acerca a 3.



#### 4.8 PRUEBA DE SIGNIFICANCIA CONJUNTA- TEST F

Dado que la sumatoria de los parámetros Betas no ejemplifican una función de producción Cobb Douglas que presente rendimientos constantes a escala. Es importante realizar una prueba de significancia conjunta con la cual se permite aceptar o no que la participación de los Betas sean igual o diferentes de 1. “Para ello es importante establecer que la suma de alfa ( $\alpha$ ) y Beta ( $\beta$ ) entendidas como las elasticidades producto del trabajo y del capital, enmarquen lo siguiente” (Sancho, 2011, p.10)

$$H_0: \alpha + \beta = 1 \quad (16)$$

$$H_a: \alpha + \beta \neq 1 \quad (17)$$

La anterior prueba de hipótesis con lleva a la aplicación de una restricción al modelo y para aplicar una prueba de test F o prueba de significancia, es importante expresar:  $\alpha + \beta = 1$ , lo que implicaría que  $\alpha = 1 - \beta$  por tanto el modelo restringido se expresaría de la siguiente forma.

$$\ln Y = (1 - \beta) \ln K + \beta \ln L + ut. \quad (18)$$

$$\ln Y = \ln K - \beta \ln K + \beta \ln L + ut \quad (19)$$

$$\ln Y = \ln K + \beta (\ln L - \ln K) + ut \quad (20)$$

$$\ln Y - \ln K = \beta (\ln L - \ln K) + ut \quad (21)$$

Por tanto:

$$\ln Y - \ln K = \ln L - \ln K. \quad (22)$$

A continuación se muestra la regresión con la última ecuación planteada, todo esto con el fin de conocer cuál es el  $R^2$  del modelo que presenta restricción.

Dependent Variable: LN\_Y\_-LN\_K\_  
 Method: Least Squares  
 Date: 07/22/18 Time: 18:59  
 Sample: 1986 2015  
 Included observations: 30

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	12.78066	0.423242	30.19702	0.0000
LN_L_-LN_K_	0.739002	0.027881	26.50603	0.0000
R-squared	0.961674	Mean dependent var		1.564303
Adjusted R-squared	0.960305	S.D. dependent var		0.226191
S.E. of regression	0.045065	Akaike info criterion		-3.297065
Sum squared resid	0.056865	Schwarz criterion		-3.203652
Log likelihood	51.45598	Hannan-Quinn criter.		-3.267182
F-statistic	702.5695	Durbin-Watson stat		0.343791
Prob(F-statistic)	0.000000			

**Tabla 13:** Modelo con Restricción. Generado en Eviews 10. Elaboración propia.

El modelo bajo la restricción planteada posee una bondad de ajuste del 96,16 % la cual es inferior al modelo sin restricción. Una vez obtenidas las 2 bondades de ajuste se puede realizar el test F donde:

$$F = \frac{(R^2_{sr} - R^2_r) / m}{(1 - R^2_r) / (n - k)} \quad (23)$$

Donde:

sr= Hace Referencia al modelo sin restringir.

r= Hace Referencia al modelo restringido.

m= Es el número de restricciones.

n= Es el número de Observaciones.

k= Hace referencia al número de parámetros en la restricción.

Una vez establecida la ecuación del test F se da paso al remplazo de valores.

$$F = \frac{(0,982906 - 0,961674) / 1}{(1 - 0,961674) / 30 - 1}$$

$$F = \frac{0,021232}{0,001321}$$

$$F = 16,072672$$

Por tanto el valor de F para la función de producción Cobb Douglas en el caso Colombiano es de  $16,072672 > 7,6$  que es valor límite establecido entre la región crítica y zona de aceptación. Por consiguiente a un nivel de significancia del 5% se rechaza la hipótesis nula de rendimientos constantes a escala, aceptando la alternativa.

Se concluye así que para el caso colombiano en el periodo de tiempo 1986-2015 el supuesto primordial de la función de producción Cobb Douglas no se cumple. Todo lo anterior fue orientado por los fundamentos econométricos de Gujarati (2002) ejemplificado por Sancho (2011, pag.10-12)

## **5. CAPITULO V CONCLUSIONES Y ANEXOS FINALES**

### **5.1 CONCLUSIONES**

- Se comprueba que la teoría económica referente a la Cobb Douglas toma validez respecto al modelo impartido, sin embargo sufre ciertas modificaciones ya que las proporciones de las variables exógenas se analizan de forma independiente.
- Sin duda alguna la función de producción Cobb Douglas si fue el talón de Aquiles de la economía clásica debido a su divergencia de opinión.

- La función de producción Cobb Douglas es más que una simple tabla tabulada tal cual como lo expresaba Salvatore en sus acotaciones debido a que esta tiene más incidencias teóricas.
- La trascendencia histórica de la función de producción Cobb Douglas marca un punto trascendental en las posibilidades de producción no solo a nivel microeconómico si no en un contexto superior como es la producción nacional.
- El postulado expuesto por Mc Combie toma validez ya que la bondad de ajuste del modelo tiende a ser alta, tal cual como el autor lo había expuesto.
- Se evidencia lo expuesto por Bellod Redondo al indicar que la irrupción función de producción es contribuir desde el marginalismo.
- Se comprueba que en la actualidad el debate de la controversia de Cambridge no posee validez, debido que si es posible cuantificar el capital por medio de la agregación de funciones de producción.
- La crítica expuesta por Sraffa en lo que respecta al capital, carece de fundamento, ya que en la función de producción no se puede prescindir el capital.
- Para determinar las verdaderas participaciones del capital y el trabajo es fundamental linealizar la función de producción Cobb Douglas.
- Tal cual como lo afirma Hall y Taylor la búsqueda del crecimiento económico si se puede dar mediante la búsqueda del crecimiento de los factores de producción.
- El aumento porcentual de la Formación Bruta de Capital y de la Población Económicamente Activa presenta una influencia directa y significativa sobre la producción nacional. es decir ante un aumento del FBK o de la PEA se dará un incremento en el PIB.

- Ante un incremento de una unidad porcentual en la FBK, el PIB se incrementa en 0,28 % manteniendo todo lo demás constante. Del mismo modo ante un incremento de una unidad porcentual en la PEA, el PIB incrementa 0,62% manteniendo todo lo demás constante.
- Se evidencia que la participación de la variable de estudio concerniente al Trabajo es más significativa en el PIB que la variable concerniente al Capital.
- El coeficiente de correlación explica el 98,29 % la variabilidad de la producción nacional conforme a las variables independientes lo que se considera una buena bondad de ajuste.
- Se demuestra que los parámetros Betas son significativos individualmente, del mismo modo lo son globalmente.
- El modelo no presenta problemas de cambio estructural, es decir no existe un cambio abrupto en las series trabajadas, lo anterior fue avalado por el test de Chow y de Cusum bajo un nivel de significancia del 5%
- Se presenta problemas de multicolinealidad entre las variables independientes, Sin embargo al realizar las regresiones auxiliares el  $R^2$  de estas es inferior al de la regresión original. Lo que corrige el problema.
- La regresión auxiliar que más se adapta al modelo es:  $\ln K = \ln L (-1)$ , que obtiene una bondad de ajuste del 67,14%
- El modelo es Homocedástico es decir la varianza de los errores permanece constante a lo largo de las observaciones, lo anterior es avalado por el test de Breush Pagan- Godfrey y el test de White bajo un nivel de significancia del 5%
- No se presenta problemas de dependencia secuencial en el modelo. La no existencia de autocorrelación se avala bajo la observación del estadístico Durbin- Watson y el test de Breush Pagan- Godfrey.

- Cada una de las series observadas posee raíz unitaria por tanto no es estacionaria. Lo anterior es soportado bajo el análisis establecido al estadístico Dickey Fuller que es mayor en valor absoluto a los valores críticos de las series.
- Por medio de la prueba de normalidad se constata que los resultados econométricos son viables lo que induce a la veracidad y elección precisa de los datos y variables.
- Se evidencia un comportamiento normal en el horizonte temporal de los datos. De igual forma estos son significativos según el dato arrojado en la Jarque Bera.
- Se comprueba que para el caso Colombiano la función de Producción Cobb Douglas no posee rendimientos constantes a escala, ya que la participación de  $\alpha$  y  $\beta$  no suman 1. Lo anterior avalado por la prueba de significancia conjunta por medio de la realización del test F.
- Si en el modelo se hubiese incluido el aspecto tecnológico, es probable que las participaciones del K y L crecieran, cumpliendo así con el supuesto fundamental de la función de producción Cobb Douglas.

## 5.2 BIBLIOGRAFIA

Banco de la Republica, (11 de 09 de 2015). Banco de la Republica/ Glosario .  
Obtenido de <http://www.banrepcultural.org>

Revista de ciencias economicas . (2013). Ajuste de una función de producción al sector financiero en colombia. Revista de ciencias economicas , 141-151.

Mankiw, N. (2006). Macroeconomia sexta edicion. Barcelona: Antoni Bosch.

Diaz Ossa, W. A., & Giral Ramirez, D. A. (14 de Junio de 2011). Scielo. Recuperado el 08 de Julio de 2018, de Scielo:

[http://www.scielo.org.co/scielo.php?Script=sci\\_arttext&pid=S0123-921X2011000100012](http://www.scielo.org.co/scielo.php?Script=sci_arttext&pid=S0123-921X2011000100012)

Bellod Redondo, J. F. (Septiembre de 2011). Revista economía crítica. Recuperado el 10 de Julio de 2018, de Revista economía crítica:

[http://www.revistaeconomicacritica.org/sites/default/files/revistas/n12/REC12\\_Articulo\\_2\\_bellod.pdf](http://www.revistaeconomicacritica.org/sites/default/files/revistas/n12/REC12_Articulo_2_bellod.pdf)

Salvatore , D. (2000). Microeconomía (3ª edición ed., Vol. 3). Atlacomulco, Mexico: Mac Graw Hill.

Mccombie, J., & Tablado, J. F. (25 de Julio de 2005). Crecimiento económico . Recuperado el 16 de Julio de 2018, de Redalyc.org: [https://crecimientoeconomico-asiain.weebly.com/uploads/1/2/9/0/1290958/felipe\\_y\\_mcombie\\_\(2005\).pdf](https://crecimientoeconomico-asiain.weebly.com/uploads/1/2/9/0/1290958/felipe_y_mcombie_(2005).pdf)

Minski, H. (1980). Stlouisfed. Recuperado el 15 de julio de 2018, de stlouisfed.org: <https://files.stlouisfed.org/files/htdocs/publications/review/80/conf/1980section1.pdf>

Hall, R., & Taylor, J. (1992). Macroeconomia tercera edicion. Barcelona, España: Antoni Bosch.

Lozano, F., & Moreno, J. (2018). ¿Se comparte la misma idea de utilizar el término neoclasisismo? Cuadernos de Economía , XXXVII (73), 1-284.

Paez Mendez, J. (2013). Las contribuciones de Joan Robinson a la teoría económica y su vigencia. Documentos de investigación (14), 29.

Samuelson, P. A. (1964). Guia de estudio y libro de ejercicios del curso de economia moderna. Madrid, España: Aguilar s.a .

Alonso, J. A. (Diciembre de 2009). Cuadernos de economía de ice. Obtenido de revistas ice: [http://www.revistasice.com/cachepdf/CICE\\_78\\_9-28\\_\\_00D9B2B54C07F098388E1F9B023873B8.pdf](http://www.revistasice.com/cachepdf/CICE_78_9-28__00D9B2B54C07F098388E1F9B023873B8.pdf)

Garza , N., & Pugliese, G. (2009). Cuadernos de economía. Recuperado el 23 de Julio de 2018, de Revistas unal: <https://revistas.unal.edu.co/index.php/ceconomia/article/view/10782/32223>

Departamento Administrativo Nacional de Estadística. (2015). Anexos estadísticos de Demanda – Precios Constantes Series Desestacionalizadas – 1 trimestre de 2015. Recuperado de: <http://www.dane.gov.co/index.php/cuentas-economicas/cuentas-trimestrales>.

Gujarati, D (2010) Econometría, (quinta edición) editorial Mc Graw Hill. Recuperado en Julio 20 de 2018 de: <https://scalleruizunp.files.wordpress.com>

Sala-i-Martin, X. (1994). Apuntes de Crecimiento Economico (Segunda ed.). (E. Viña, Trad.) Barcelona, España: Pompeu Fabra.

Fisher, F.M. (1992) Aggregation. Aggregate Production Functions and Related Topics. Cambridge

Banco Mundial (2016) Data indicadores economicos. Colombia recuperado el 23 de Julio de 2018 de: <https://datos.bancomundial.org/indicador>.

Banco de la Republica . (1995). Banrepcultural. Recuperado el 25 de Julio de 2018, de Banrepcultural: [http://enciclopedia.banrepcultural.org/index.php?Title=Factores\\_de\\_producción](http://enciclopedia.banrepcultural.org/index.php?Title=Factores_de_producción)

Oliver Blanchar, O., Amiginini, A., & Giavazzi, F. (2012). Macroeconomia (5 ed.). Madrid, E, España: Pearson.



Sancho, A (2011). Función de Producción Cobb Douglas. Econometría de Económicas (Caso 2) Madrid, España.

## 5.3 ANEXOS

### 5.3.1 SIGLAS Y ABREVIATURAS.

- FBK: Formación Bruta de Capital la Población Económicamente Activa
- FTF: La Productividad Total de los Factores
- K: Capital
- L: Trabajo
- PEA: Población Económicamente Activa
- PIB: producto interno bruto.
- Rn: recursos naturales.
- $\alpha$ : Alfa
- $\beta$ : Beta

### 5.3.2 GLOSARIO

**Función de producción:** Función que expresa las variaciones que sufre la cantidad producida de un bien ante cambios en la combinación de los factores utilizados en la producción de dicho bien. Puede aplicarse a una empresa en particular, o la economía en su conjunto.

**Producto Interno Bruto:** Valor total de los bienes y servicios finales producidos en un año en un país, no incluye, por tanto, a los productos producidos por las personas residentes en el extranjero y si incorpora los producidos por los extranjeros residentes

en el país. Esta magnitud puede ser calculada sumando el consumo, la inversión y las exportaciones y restando las importaciones.

**Eficiencia:** Virtud para conseguir un objetivo con el menor consumo posible de recursos.

**Econometría:** Rama de la economía que utiliza técnicas estadísticas y matemáticas con el objeto de estudiar las relaciones entre las diferentes variables económicas para su mejor comprensión, interpretación y predicción.

**Capital:** Uno de los factores de producción, junto con la tierra y el trabajo, que se genera mediante la acumulación de la riqueza.

**Formación Bruta de Capital:** Crecimiento sin deducir amortizaciones de la inversión y el capital en un sector concreto de la economía durante un periodo determinado de tiempo. Es necesario para que aumente la productividad y para el desarrollo sostenido tanto de la actividad económica como del nivel de vida. Está formado por la formación bruta de capital fijo y la variación de existencias.

**Trabajo:** esfuerzo humano aplicado a la obtención de riqueza. Es uno de los factores de producción junto con el capital y la tierra.

**Población activa:** conjunto de personas que se encuentran en edad de trabajar y que están efectivamente produciendo bienes y servicios o están desempleadas en busca de empleo en forma dinámica.

**Fluctuación de mercado:** cambios en los precios y cantidades ofertadas y demandadas que surgen en un mercado en un periodo de tiempo determinado.

**Crecimiento económico:** aumento del Producto Interior Bruto (PIB) y de la renta per cápita o, lo que es lo mismo, un aumento en la producción de bienes y servicios de dicho país.

**Distribución de la renta:** En la contabilidad nacional, el reparto de las rentas percibidas por el trabajo, el capital y la propiedad en función de su contribución al proceso productivo se distingue entre función primaria y distribución secundaria o redistribución.

**Salario:** Remuneración monetaria o en especie que recibe un trabajador por sus prestaciones en la producción de bienes y servicios. Las retribuciones de un trabajador pueden traducirse en ventajas para su familia, como facilidades para la vivienda, en la educación de los hijos, etc. El salario se pacta bien de forma bilateral entre el trabajador y empresario o por convenio colectivo, entre los sindicatos y las organizaciones de empresarios.

**Beneficio:** Resultado positivo obtenido en una transacción económica cuando el coste del bien o servicio es inferior a su precio de venta.

**Mano de obra:** Número total de personas que trabajan en una empresa y que forman parte de su plantilla.

**Empleo:** En un sentido macroeconómico, conjunto de población activa que posee un puesto de trabajo y que, por consiguiente, no está en paro.

**Rendimiento:** Desde el punto de vista económico, para el proceso productivo, es la cantidad de outputs que se tienen en una unidad determinada. Dentro de este contexto podría traducirse como sinónimo de productividad haciendo relación a los inputs/outputs referidos a la misma unidad de tiempo, o mejor dicho a los productos obtenidos en el empleo de un factor de producción.

## 5.4 DATOS DEL MODELO.

Periodo	Producción (PIB)	Capital ( FBK )	Trabajo (PEA )	LN(Y)	LN(K)	LN(L)
1986	182.138.680.378.900	34.863.107.099.800	10.025.349	32,835789	31,182450	16,120627
1987	191.922.271.992.400	35.794.369.158.300	10.387.234	32,888112	31,208812	16,156088
1988	199.713.972.698.800	39.447.156.012.000	10.805.432	32,927907	31,305983	16,195560
1989	206.539.051.236.600	37.193.016.445.500	11.103.456	32,961511	31,247142	16,222767
1990	219.018.220.183.700	36.113.661.810.100	11.456.567	33,020176	31,217692	16,254074
1991	224.005.772.077.000	33.701.886.613.000	11.775.378	33,042693	31,148575	16,281521
1992	235.279.260.159.400	40.113.952.283.600	12.088.519	33,091794	31,322745	16,307767
1993	240.845.145.328.600	53.038.254.983.200	12.381.749	33,115175	31,602035	16,331734
1994	254.900.414.003.500	67.363.227.515.800	12.703.528	33,171894	31,841120	16,357390
1995	268.161.448.965.200	71.449.412.322.100	13.346.781	33,222610	31,900011	16,406786
1996	273.674.458.749.900	62.861.235.940.800	14.040.625	33,242960	31,771951	16,457465
1997	283.062.296.407.500	62.455.885.076.900	14.751.573	33,276688	31,765482	16,506860
1998	284.675.140.336.800	58.516.082.938.600	15.496.101	33,282370	31,700323	16,556099
1999	272.707.354.042.000	35.890.321.132.300	16.269.870	33,239420	31,211489	16,604825
2000	284.761.000.000.000	41.287.000.000.000	17.090.350	33,282671	31,351569	16,654025
2001	289.539.000.000.000	44.765.000.000.000	17.898.299	33,299311	31,432448	16,700216
2002	296.789.000.000.000	49.273.000.000.000	18.707.196	33,324043	31,528397	16,744419
2003	308.418.000.000.000	54.868.000.000.000	19.548.707	33,362477	31,635951	16,788420
2004	324.866.000.000.000	61.004.000.000.000	20.371.314	33,414434	31,741961	16,829638
2005	340.156.000.000.000	68.783.000.000.000	20.190.370	33,460425	31,861978	16,820716
2006	362.938.000.000.000	81.981.000.000.000	20.485.594	33,525253	32,037509	16,835232
2007	387.983.000.000.000	92.512.000.000.000	20.255.802	33,591983	32,158359	16,823952
2008	401.744.000.000.000	100.848.000.000.000	20.399.489	33,626836	32,244636	16,831020
2009	408.379.000.000.000	96.886.000.000.000	20.961.989	33,643217	32,204556	16,858221
2010	424.599.000.000.000	104.347.000.000.000	22.152.535	33,682166	32,278743	16,913462
2011	452.578.000.000.000	123.617.000.000.000	22.679.417	33,745981	32,448209	16,936968
2012	470.880.000.000.000	129.432.000.000.000	23.102.781	33,785624	32,494177	16,955464
2013	493.831.000.000.000	137.385.000.000.000	23.507.707	33,833214	32,553808	16,972839
2014	515.489.000.000.000	153.239.000.000.000	23.900.105	33,876137	32,663020	16,989393
2015	531.376.000.000.000	157.295.000.000.000	24.290.685	33,906491	32,689144	17,005604

**Tabla 14:** Datos del Modelo. Cifras tomadas del Banco Mundial Data Generado en Excel 2013  
Elaboración propia.